BIOL, HST, PHARM FS 2015

Dr. M. Kalisch

MC-Quiz 1

Einsendeschluss: Sonntag, der 22.02.2015, 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 2.1 besser zu verstehen.

Beteiligung	$\frac{215}{491}$	44%
Erreichbare Punktzahl	7	
Maximal erreichte Punktzahl	7	
Minimal erreichte Punktzahl	2	
Arithmetisches Mittel	6.55	

93% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

1. Bei einem Spiel wirft man zwei unterschiedliche Münzen gleichzeitig. Beide Münzen können "Kopf" (K) oder "Zahl" (Z) zeigen. Wir wollen dieses Spiel nun mit einem Wahrscheinlichkeitsmodell abbilden. Was ist der Grundraum Ω? (ZK bedeutet z.B., dass die eine Münze "Zahl" und die andere Münze "Kopf" zeigt.)

5% (a) $\Omega = \{KK, ZK, ZZ\}$

Leider nicht. Da beide Münzen unterschiedlich sind (z.B. eine 1-Franken Münze und eine 2-Franken Münze), sind die Elementarereignisse ZK und KZ unterschiedlich. In dieser falschen Lösung wurde also ein Elementarereignis weggelassen und deshalb ist Ω nicht der ganze Grundraum.

√ 93% (b) $\Omega = \{KK, ZK, KZ, ZZ\}$

Richtig! Der Grundraum umfasst alle möglichen Elementarereignisse, d.h., alle Ausgänge des Zufallsexperiments (= Werfen von zwei Münzen). Eine Münze kann zwei Werte zeigen; unabhängig davon kann die andere Münze auch zwei Werte zeigen. Insgesamt gibt es also $2*2 = 4$ mögliche Elementarereignisse. Alle Elementarereignisse zusammen bilden den Grundraum.

2% (c) $\Omega = \{K, Z\}$

Leider nicht. Obiges Ω beschreibt den Ausgang von einem Münzwurf, aber nicht von zwei Münzwürfen.

98% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

2. Betrachte nun das Ereignis $A = \{ZK, KZ\}$ ("unterschiedliche Ergebnisse auf den beiden Münzen") und das Ereignis $B = \{ZK, KZ, KK\}$ ("mindestens einmal Kopf"). Was ist die Schnittmenge $A \cap B$?

√ 98% (a) $\{ZK, KZ\}$

0% (b) $\{KK, ZZ\}$

0% (c) $\{ZZ\}$

2% (d) $\{ZK, KZ, KK\}$

96% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

3. Betrachte wieder das Ereignis $A = \{ZK, KZ\}$ ("unterschiedliche Ergebnisse auf den beiden Münzen") und das Ereignis $B = \{ZK, KZ, KK\}$ ("mindestens einmal Kopf"). Was ist die Vereinigung $A \cup B$?

2% (a) $\{ZK\}$

2% (b) $\{KK, ZZ\}$

0% (c) $\{ZZ\}$

√ 96% (d) $\{ZK, KZ, KK\}$

94% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

4. Betrachte wieder das Ereignis $A = \{ZK, KZ\}$ ("unterschiedliche Ergebnisse auf den beiden Münzen") und das Ereignis $B = \{ZK, KZ, KK\}$ ("mindestens einmal Kopf"). Was ist das Komplement von A: A^c?

0% (a) $\{ZK\}$

√ 94% (b) $\{KK, ZZ\}$

3% (c) $\{ZZ\}$

2% (d) $\{ZK, KZ, KK\}$

92% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

5. Richtig oder falsch: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ gilt immer.

8% (a) Diese Aussage ist richtig.

Leider nicht.

√ 92% (b) Diese Aussage ist falsch.

Richtig!

Die Aussage stimmt nur dann, wenn die Schnittmenge $A \cap B$ leer ist (3. Axiom von Kolmogorov). Allgemein gilt $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Können Sie die allgemeine Regel mit einem Venn-Diagramm nachvollziehen?

91% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

6. In obigem Beispiel mit den Münzwürfen ist jedes Elementarereignis gleich wahrscheinlich (weil es sich um faire Münzen handelt). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis "B: mindestens einmal Kopf" eintritt?

√ 91% (a) $P(B) = \frac{3}{4}$

Richtig!

9% (b) $P(B) = \frac{1}{4}$

Leider nicht.

Das Ereignis B besteht aus folgenden Elementarereignissen: $B = \{ZK, KZ, KK\}$. Es gibt also drei Elementarereignisse, bei denen das Ereignis B eintritt ("Anzahl günstige Fälle"). Der Grundraum besteht insgesamt aus vier Elementarereignissen ("Anzahl mögliche Fälle"). Weil alle Elementarereignisse gleich wahrscheinlich sind, ergibt das Verhältnis "Anzahl günstige Fälle/Anzahl mögliche Fälle" die Wahrscheinlichkeit, dass B eintritt.

93% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

7. Mit dem Computer habe ich eine Ziffer Z aus der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ gezogen. Der Grundraum ist in diesem Fall ganz einfach: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Ich habe beim Computer eingestellt, dass die Ziffern mit folgenden Wahrscheinlichkeiten gezogen werden: $P(Z = 1) = 0.1$, $P(Z = 2) = 0.2$, $P(Z = 3) = 0.1$, $P(Z = 4) = 0.3$ und $P(Z = 5) = 0.3$ (beachten Sie, dass die Summe eins gibt, wie es das zweite Axiom von Kolmogorov verlangt). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, eine gerade Zahl zu ziehen?

7% (a) $\frac{2}{5}$

Leider nicht. Wenn alle Ziffern mit der gleichen Wahrscheinlichkeit gezogen würden, könnte man die Anzahl günstiger Fälle durch die Anzahl möglicher Fälle teilen und käme auf $\frac{2}{5}$. In dieser Aufgabe sind die Elementarereignisse aber **nicht** gleich wahrscheinlich. Daher kann man die Regel "günstige Fälle/mögliche Fälle" nicht anwenden. Anstelle dieser Regel muss man die Wahrscheinlichkeiten aller günstigen Elementarereignisse zusammenzählen.

√ 93% (b) $\frac{1}{2}$

Richtig. Man muss die Wahrscheinlichkeiten aller "günstigen" Elementarereignisse zusammenzählen: $P(\text{"gerade Zahl"}) = P(Z = 2) + P(Z = 4) = 0.2 + 0.3 = 0.5$. (Beachten Sie, dass die Regel "günstige Fälle/mögliche Fälle" hier nicht angewendet werden kann, weil nicht alle Elementarereignisse gleiche Wahrscheinlichkeit haben.)

BIOL, HST, PHARM FS 2015
Dr. M. Kalisch

MC-Quiz 2

Einsendeschluss: Sonntag, 01.03.2015, 23:59 Uhr

Beteiligung	$\frac{188}{491}$	38%
Erreichbare Punktzahl	5	
Maximal erreichte Punktzahl	5	
Minimal erreichte Punktzahl	0	
Arithmetisches Mittel	4.32	

72% Korrekt
0% Nicht gewusst

1. Wir betrachten zwei Ereignisse A und B. Es gilt $P(A) = 0.2$ und $P(B) = 0.3$. Was gilt für $P(A \cap B)$?

6% (a) $P(A \cap B) = 0.5$

Leider nicht. Es ist keine Aussage möglich.

22% (b) $P(A \cap B) = 0.06$

Leider nicht. Es ist keine Aussage möglich

√ 72% (c) Es ist keine Aussage möglich.

Richtig!

Wenn die beiden Ereignisse A und B unabhängig wären, dann wäre $P(A \cap B) = P(A) * P(B) = 0.2 * 0.3 = 0.06$. Da in der Aufgabenstellung aber keine Unabhängigkeit angenommen wurde, kann man die Aufgabe nicht lösen.

76%	`Korrekt`
1%	`Nicht gewusst`

2. Richtig oder falsch: Die Wahrscheinlichkeit auf einen med. Test anzusprechen (T) gegeben man hat eine gewisse Krankheit (K) ist $P(T|K) = 0.99$. Wenn der Test bei einem Patienten positiv ist, ist die Wahrscheinlichkeit also sehr gross, dass dieser Patient die Krankheit auch wirklich hat.

24% (a) Die Aussage ist richtig.

Leider nicht.

√ 76% (b) Die Aussage ist falsch.

Richtig!

Wir wissen nur, dass $P(T|K)$ gross ist. D.h., wenn der Patient krank ist, ist der Test mit grosser Wahrscheinlichkeit positiv. Die Aussage in der Aufgabenstellung bezieht sich aber auf $P(K|T)$. Diese Grösse müsste man mit dem Theorem von Bayes (und evtl. noch Satz der Totalen Wahrscheinlichkeit) ausrechnen. Dafür wurden in der Aufgabe aber nicht genügend Informationen gegeben. Allgemein kann es sein, dass $P(T|K)$ sehr gross ist (wie in der Aufgabenstellung) aber $P(K|T)$ sehr klein ist. Die Aussage in der Aufgabenstellung ist also falsch: Der Autor ist auf die "Prosecutor's fallacy" reingefallen.

94% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

3. Die Wahrscheinlichkeit, dass Ereignis A eintritt ist $P(A) = 0.8$. Was sind die odds, dass A eintritt?

1% (a) 0.2

Leider nicht.

3% (b) 0.8

Leider nicht.

2% (c) 8

Leider nicht.

√ 94% (d) 4

Richtig!

1% (e) 0.25

Leider nicht.

Die odds sind $\frac{P(A)}{1-P(A)} = \frac{0.8}{0.2} = 4$.

92% `Korrekt`
1% `Nicht gewusst`

4. Die odds für das Ereignis B sind $odds(B) = 3$. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis B eintritt?

√ 92% (a) 0.75

Richtig!

7% (b) $\frac{1}{3}$

Leider nicht.

1% (c) 0.25

Leider nicht.

Wenn man die Definition der odds $odds(B) = \frac{P(B)}{1-P(B)}$ nach $P(B)$ auflöst, erhält man $P(B) = 0.75$.

99%	`Korrekt`
1%	`Nicht gewusst`

5. Wir haben zwei zufällig ausgewählte Gruppen von Krebs-Patienten. Eine Gruppe wird mit einem neuen Wirkstoff behandelt, die andere Gruppe erhält den herkömmlichen Wirkstoff. In der Gruppe mit dem neuen Wirkstoff sind die odds für Genesung $odds(Genesung|Gruppe\ neu) = 3$.
In der Gruppe mit dem herkömmlichen Wirkstoff sind die odds für Genesung $odds(Genesung|Gruppe\ herkoemmlich) = 4$. Wie gross ist das odds ratio, das die Wirksamkeit des neuen Medikaments mit der Wirksamkeit des herkömmlichen Medikaments vergleicht?

0% (a) 3

Leider nicht.

1% (b) 4

Leider nicht.

√ 99% (c) $\frac{3}{4}$

Richtig!

Das odds ratio ist gerade der Quotient der odds in beiden Gruppen, also $OR = \frac{odds(Genesung|Gruppe\ neu)}{odds(Genesung|Gruppe\ herkoemmlich)} = \frac{3}{4}$. Mit dem neuen Wirkstoff sind die Genesungschancen also kleiner als mit dem herkömmlichen Wirkstoff.

BIOL, HST, PHARM

FS 2015

Dr. M. Kalisch

MC-Quiz 3

Einsendeschluss: Sonntag, 08.03.2015 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 2.4 - 2.6 besser zu verstehen.

Beteiligung	$\frac{186}{491}$	38%
Erreichbare Punktzahl	11	
Maximal erreichte Punktzahl	11	
Minimal erreichte Punktzahl	4	
Arithmetisches Mittel	8.13	

94% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

1. Wir betrachten ein Würfelspiel. Man wirft einen fairen, sechsseitigen Würfel. Wenn eine 1 oder eine 2 oben liegt, muss man 2 SFr zahlen. Wenn eine 3 oder 4 oben liegt, muss man 1 SFr zahlen. Wenn eine 5 oder 6 oben liegt, bekommt man 3 SFr. Die Zufallsvariable X stellt den Gewinn des Spiels in SFr dar. Was ist die richtige Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariable X?

3% (a)

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Leider nicht. Sie haben wohl die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Gewinns X mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Augenzahl verwechselt.

√ 94% (b)

x	-2	-1	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Richtig!

3% (c)

x	-2	-1	3
$P(X=x)$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$

Leider nicht! Die eingetragenen Wahrscheinlichkeiten passen nicht zur Aufgabenstellung.

Die Zufallsvariable X kann die Werte -2, -1 und 3. Also müssen Werte für $P(X=-2)$, $P(X=-1)$ und $P(X=3)$ definiert werden. $X=-2$ tritt genau dann ein, wenn das Ereignis A:"Eine 1 oder eine 2 liegt oben" eintritt. Man kann leicht berechnen, dass $P(A)=\frac{1}{3}$. Daher ist also $P(X=-2)=P(A)=\frac{1}{3}$. $X=-1$ tritt genau dann ein, wenn das Ereignis B:"Eine 3 oder eine 4 liegt oben" eintritt. Man kann leicht berechnen, dass $P(B)=\frac{1}{3}$. Daher ist also $P(X=-1)=P(B)=\frac{1}{3}$. $X=3$ tritt genau dann ein, wenn das Ereignis C:"Eine 5 oder eine 6 liegt oben" eintritt. Man kann leicht berechnen, dass $P(C)=\frac{1}{3}$. Daher ist also $P(X=3)=P(C)=\frac{1}{3}$.

76% `Korrekt`
1% `Nicht gewusst`

2. X ist eine beliebige Zufallsvariable, die n verschiedene Werte x_1,...,x_n annehmen kann. Was ist $\sum_{i=1}^{n} P(X = x_i)$?

1% (a) 0

Leider nicht!

√ 76% (b) 1

Richtig!

4% (c) ∞

Leider nicht!

0% (d) 0.5

Leider nicht!

0% (e) -1

Leider nicht! Eine Wahrscheinlichkeit ist immer grösser oder gleich null; also ist auch die Summe von Wahrscheinlichkeiten grösser oder gleich null. Die Antwort scheidet daher aus.

19% (f) Kann man ohne weitere Angaben nicht lösen!

Leider nicht!

Für jede Zufallsvariable X gilt $\sum_{i=1}^{n} P(X = x_i) = 1$. Das kann man leicht verstehen: Nennen wir die Ereignisse, die zu $X = x_i$ führen A_i. Für jedes Elementarereignis gibt es einen zugewiesenen Wert x_i. Also umfasst die Vereinigung aller A_i den ganzen Grundraum Ω (sonst gäbe es ein ω_i, dem die Zufallsvariable keine Zahl zuweist; das ist per Definition nicht erlaubt). Die verschiedenen A_i können aber untereinander keine Schnittmenge haben, denn sonst würde ein Elementarereignis auf mehr als eine Zahl abgebildet (das ist per Definition einer Funktion nicht erlaubt). Nach dem dritten Axiom von Kolmogorov ist also $\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1$. Per Definition der Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariable gilt aber auch: $P(X = x_i) = P(A_i)$. Also folgt: $\sum_{i=1}^{n} P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1$. **Für Fragen 3-8 :** X ist eine Zufallsvariable, die die Werte 0, 1 und 2 annehmen kann (z.B. mit dem Computer simuliert). Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist in folgender Tabelle angegeben:

x	0	1	2
$P(X = x)$	0.5	0.2	0.3

69% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

3. Für Zufallsvariablen verwenden wir die Notation: Grossbuchstaben für die Funktion (z.B. X) und Kleinbuchstaben für einen konkreten Wert, den die Zufallsvariable annehmen kann (z.B. x). Wie schreibt man das Ereignis “Die Zufallsvariable X nimmt den Wert 3 an” korrekt?

31% (a) $x = 3$

Leider nicht.

√ 69% (b) $X = 3$

Richtig!

98% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

4. Was ist $P(X = 1)$?

2% (a) 0.5

Leider nicht.

√ 98% (b) 0.2

Richtig!

0% (c) 0.3

Leider nicht.

48% `Korrekt`
1% `Nicht gewusst`

5. Weshalb gilt $P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$?

46% (a) Weil die Ereignisse $X = 0$ und $X = 1$ unabhängig sind.

Leider nicht. Wenn $X = 0$ eintritt, kann das Ereignis $X = 1$ nicht mehr eintreten und umgekehrt. Die beiden Ereignisse sind also abhängig. Selbst wenn sie unabhängig wären, behandelt Unabhängigkeit nur Wahrscheinlichkeiten von Schnittmengen; hier handelt es sich aber um eine Vereinigung.

√ 48% (b) Weil die Ereignisse $X = 0$ und $X = 1$ disjunkt (d.h. leere Schnittmenge) sind.

Richtig!

5% (c) Die Formel stimmt gar nicht!

Leider nicht.

Das Ereignis $X \leq 1$ lässt sich auch als $X = 0 \cup X = 1$ schreiben. Die Zufallsvariable X kann nur einen Wert annehmen, also ist die Schnittmenge von $X = 0$ und $X = 1$ leer (d.h., die beiden Ereignisse sind disjunkt). Daher gilt mit dem dritten Axiom von Kolmogorov:
$P(X \leq 1) = P(X = 0 \cup X = 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$.

95% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

6. Was ist $P(X \leq 1)$?

3% (a) 0.5

Leider nicht.

√ 95% (b) 0.7

Richtig!

0% (c) 0.8

Leider nicht.

2% (d) 1

Leider nicht.

86%	`Korrekt`
2%	`Nicht gewusst`

7. Wie gross ist $E(X)$?

√ 86% (a) 0.8

Richtig!

2% (b) 3

Leider nicht.

7% (c) 1

Leider nicht.

5% (d) Keine Aussage möglich!

Leider nicht.

Der Erwartungswert ist $E(X) = 0 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.3 = 0.8$.

78% `Korrekt`
12% `Nicht gewusst`

8. (Optional; hier müssen Sie kurz auf dem Papier rechnen) Wie gross ist $Var(X)$ etwa?

√ 78% (a) 0.76

Richtig!

12% (b) 0.80

Leider nicht. Das wäre der Erwartungswert.

2% (c) 3

Leider nicht.

2% (d) 1

Leider nicht.

5% (e) Keine Aussage möglich!

Leider nicht.

In der letzten Frage haben wir gesehen, dass der Erwartungswert 0.8 ist. Die Varianz ist
$Var(X) = 0.5(0-0.8)^2 + 0.2(1-0.8)^2 + 0.3(2-0.8)^2 = 0.76.$

85%	`Korrekt`
2%	`Nicht gewusst`

9. Wir sind bei einem Abendessen mit Freunden insgesamt 8 Personen. Jeder stösst mit jedem einmal an. Wie oft klingen die Gläser?

1% (a) 16

Leider nicht.

✓ 85% (b) 28

Richtig!

14% (c) 36

Leider nicht.

Wir müssen herausfinden, wie viele Gruppen mit zwei verschiedenen Personen man aus 8 Personen bilden kann. Die Reihenfolge innerhalb der Gruppen spielt keine Rolle. Die Antwort darauf liefert der Binomialkoeffizient: $\binom{8}{2} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$

49% `Korrekt`
2% `Nicht gewusst`

10. Wir betrachten eine Gruppe aus 5000 Männern und 5000 Frauen. Es wird zufällig ein Team aus 10 Personen gebildet. Sei X die Zufallsvariable, die die Anzahl Frauen in dem Team angibt. Richtig oder Falsch: $X \sim \text{Bin}(n = 10, \pi = 0.5)$

36% (a) Richtig, das Modell stimmt ganz genau.

Leider nicht.

√ 49% (b) Das Modell stimmt nicht perfekt, aber es ist eine sehr gute Näherung.

Richtig!

15% (c) Das Modell stimmt nicht und ist auch nur eine unbrauchbare Näherung.

Leider nicht.

Für die erste Person, die ausgewählt wird, ist die Wahrscheinlichkeit genau $\pi_1 = \frac{5000}{10000} = 0.5$, dass sie eine Frau ist. Angenommen, es wird eine Frau gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite gezogene Person auch eine Frau ist, ist nun nur noch $\pi_2 = \frac{4999}{9999} = 0.499$. Die Erfolgswahrscheinlichkeit ändert sich also mit jeder gezogenen Person und ist von der vorhergehenden Wahl abhängig. Damit sind die beiden Grundannahmen der Binomialverteilung (konstante Erfolgswahrscheinlichkeit und unabhängige Gewinne) verletzt. Allerdings ändert sich die Erfolgswahrscheinlichkeit nur in der dritten Nachkommastelle. D.h., die Erfolgswahrscheinlichkeit bleibt *fast* identisch und ist *fast* unabhängig von der vorhergehenden Wahl. Daher ist die Binomialverteilung eine sehr gute Näherung für die Situation.

49% `Korrekt`
3% `Nicht gewusst`

11. Wir betrachten eine Gruppe aus 2 Männern und 2 Frauen. Es wird zufällig ein Team aus 3 Personen gebildet. Sei X die Zufallsvariable, die die Anzahl Frauen in dem Team angibt. Richtig oder Falsch: $X \sim \text{Bin}(n = 3, \pi = 0.5)$

25% (a) Richtig, das Modell stimmt ganz genau.

Leider nicht.

26% (b) Das Modell stimmt nicht perfekt, aber es ist eine sehr gute Näherung.

Leider nicht.

√ 49% (c) Das Modell stimmt nicht und ist auch nur eine unbrauchbare Näherung.

Richtig!

Für die erste Person, die ausgewählt wird, ist die Wahrscheinlichkeit genau $\pi_1 = \frac{2}{4} = 0.5$, dass sie eine Frau ist. Angenommen, es wird eine Frau gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite gezogene Person auch eine Frau ist, ist nun nur noch $\pi_2 = \frac{1}{3}$. Die Erfolgswahrscheinlichkeit ändert sich also mit jeder gezogenen Person erheblich und ist von der vorhergehenden Wahl abhängig. Damit sind die beiden Grundannahmen der Binomialverteilung (konstante Erfolgswahrscheinlichkeit und unabhängige Gewinne) verletzt. Die Änderung der Erfolgswahrscheinlichkeit ist so gross, dass die Binomialverteilung auch als Näherung nicht angebracht ist.

BIOL, HST, PHARM FS 2015
Dr. M. Kalisch

MC-Quiz 4

Einsendeschluss: Sonntag, 15.03.2015 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 2.6 - 3.2.1 besser zu verstehen.

Beteiligung	$\frac{169}{491}$	34%
Erreichbare Punktzahl	7	
Maximal erreichte Punktzahl	7	
Minimal erreichte Punktzahl	2	
Arithmetisches Mittel	5.55	

89% Korrekt
4% Nicht gewusst

1. $X \sim \text{Bin}(10; 0.2)$

3% (a) $E(X) = 10$, $Var(X) = 0.2$

Leider nicht.

1% (b) $E(X) = 0.2$, $Var(X) = 10$

Leider nicht.

√ 89% (c) $E(X) = 2$, $Var(X) = 1.6$

Richtig!

7% (d) $E(X) = 2$, $Var(X) = 8$

Leider nicht.

Der erste Parameter in der Binomialverteilung entspricht der Anzahl Lose n; der zweite Parameter entspricht der Erfolgswahrscheinlichkeit π für jedes Los. Dann gilt: $E(X) = n\pi = 10 \cdot 0.2 = 2$ und $Var(X) = n\pi(1 - \pi) = 10 \cdot 0.2 \cdot 0.8 = 1.6$.

89% Korrekt
0% Nicht gewusst

2. X ist poissonverteilt mit Erwartungswert 7. Wie gross ist $Var(X)$?

1% (a) 49

Leider nicht.

√ 89% (b) 7

Richtig!

2% (c) $\sqrt{7}$

Leider nicht.

7% (d) Kann man ohne weitere Angaben nicht lösen.

Leider nicht.

Die Poissonverteilung hat die besondere Eigenschaft, dass Erwartungswert und Varianz gleich gross sind. Es gilt also $Var(X) = 7$.

87% Korrekt
1% Nicht gewusst

3. $X_1 \sim$ Poisson(3) und $X_2 \sim$ Poisson(5). Was gilt für $Y = X_1 + X_2$.

11% (a) Es gilt in jedem Fall $Y \sim$ Poisson(8)

Leider nicht.

√ 87% (b) Falls X_1 und X_2 unabhängig sind, gilt $Y \sim$ Poisson(8)

Richtig!

2% (c) Falls X_1 und X_2 abhängig sind, gilt $Y \sim$ Poisson(8)

Leider nicht.

75%	`Korrekt`
1%	`Nicht gewusst`

4. Ein Glücksrad besteht aus 100 gleich grossen Sektoren und ist mit den Zahlen 1 bis 100 beschriftet. Man gewinnt einen Betrag, der so gross ist wie die Zahl, bei der der Zeiger am Rand des Glücksrades zum Stehen kommt. Mit welcher Verteilung lässt sich der Gewinn nach einem mal Drehen am besten beschreiben?

√ 75% (a) Uniform

Richtig!

13% (b) Binomial

Leider nicht.

7% (c) Hypergeometrisch

Leider nicht.

5% (d) Poisson

Leider nicht.

Jeder Gewinn zwischen 1 und 100 ist gleich wahrscheinlich. Also ist die uniforme Verteilung angebracht.

94% `Korrekt`
2% `Nicht gewusst`

5. Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Jahr ein Meteorit einschlägt, der das Äquivalent von 1 Megatonne TNT freisetzt, ist ca. 0.0009. Angenommen, Sie leben 80 Jahre. Mit welcher Verteilung lässt sich die Verteilung solcher Einschläge beschreiben, die Sie erleben werden? (Quelle: Wikipedia engl., "Near-Earth object"; Einschlagswahrscheinlichkeit ist nicht sehr genau bestimmt...)

3% (a) Uniform

Leider nicht.

√ 94% (b) Binomial oder Poisson

Richtig!

3% (c) Hypergeometrisch

Leider nicht.

Die Situation entspricht einer Losbude, bei der Sie 80 Lose kaufen, wobei jedes Los mit Wa. 0.0009 gewinnt. Bei sehr kleinen Gewinnwahrscheinlichkeiten ist die Binomialverteilung praktisch identisch mit einer Poissonverteiung mit entsprechendem Erwartugnswert.

70% `Korrekt`
1% `Nicht gewusst`

6. Eine Abteilung im CIA hat 7 Männer und 5 Frauen. Nun soll für einen neuen Fall ein neues Einsatz-Team aus 4 Personen erstellt werden. Damit sich niemand benachteiligt fühlt, soll das Team zufällig erstellt werden. Mit welcher Verteilung lässt sich die Anzahl Frauen in diesem Team am besten beschreiben?

6% (a) Uniform

Leider nicht.

23% (b) Binomial

Leider nicht.

√ 70% (c) Hypergeometrisch

Richtig!

1% (d) Poisson

Leider nicht.

Die Situation entspricht dem zufälligen Ziehen von Bällen aus einer Urne: Wir haben 7+5 = 12 Bälle, 5 davon sind markiert. Nun ziehen wir zufällig und ohne Zurücklegen 4 Bälle und sind daran interessiert, wie viele markierte Bälle wir gezogen haben. Diese Verteilung entspricht genau der Hypergeometrischen Verteilung.

65%   `Korrekt`
12%   `Nicht gewusst`

7. (Optional; hier müssen Sie ca. 2 Zeilen auf dem Papier rechnen) Wir werfen eine Münze dreimal und sehen das Ergebnis KKZ. Angenommen, die drei Würfe sind unabhängig von einander und p ist die Wahrscheinlichkeit, dass "Kopf (K)" geworfen wird. Was ist der Maximum Likelihood Schätzer von p?

√ 65% (a) 2/3

Richtig!

13% (b) 1/2

Leider nicht.

5% (c) 1

Leider nicht.

9% (d) 1/3

Leider nicht.

7% (e) Die Maximum Likelihood Methode kann man hier nicht verwenden, denn sie ist nur für die Binomialverteilung geeignet.

Leider nicht. Die Maximum Likelihood Methode ist unglaublich vielseitig und wird in der Statistik von allen Schätzmethoden am häufigsten verwendet.

Weil die Würfe unabhängig sind, gilt $P(\{KKZ\}) = P(\{K\})P(\{K\})P(\{Z\}) = p^2(1-p) = p^2 - p^3$. Um das Maximum zu bestimmen, leiten wir nach p ab und setzen die Ableitung gleich null: $\frac{d}{dp}P(\{KKZ\}) = 2p - 3p^2 = p(2-3p) = 0$. Der Ausdruck wird null, wenn $p = 0$ oder wenn $p = \frac{2}{3}$. Die Lösung $p = 0$ scheidet aus, weil wir dann niemals "Kopf" beobachten würden, es aber zweimal beobachtet wurde. Also muss die Lösung $p = \frac{2}{3}$ sein. (Übrigens: In diesem Fall ist das maximieren von $\log(P(\{KKZ\}))$ ein klein wenig komplizierter als das maximieren von $P(\{KKZ\})$; weil beide Wege zum gleichen Ergebnis führen, habe ich mich der Einfachheit halber entschieden in dieser Aufgabe $P(\{KKZ\})$ zu maximieren).

BIOL, HST, PHARM FS 2015
Dr. M. Kalisch

MC-Quiz 5

Einsendeschluss: Sonntag, 22.03.15 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 3.2.2 besser zu verstehen.

Beteiligung	$\frac{164}{491}$	33%
Erreichbare Punktzahl	8	
Maximal erreichte Punktzahl	8	
Minimal erreichte Punktzahl	1	
Arithmetisches Mittel	5.57	

94% Korrekt
1% Nicht gewusst

1. Bei einem Binomialtest stellt sich heraus, dass der Verwerfungsbereich der Teststatistik mit dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ gleich $K = \{9, 10, ..., 20\}$ ist. Der beobachtete Wert der Teststatistik ist $t = 13$. Kann die Nullhypothese auf dem 5% Signifikanzniveau verworfen werden?

3% (a) Nein

Leider nicht.

√ 94% (b) Ja

Richtig!

3% (c) Kann man ohne zusätzliche Informationen nicht lösen.

Leider nicht.

Die Nullhypothese wird genau dann verworfen, wenn der beobachtete Wert der Teststatistik im Verwerfungsbereich der Teststatistik liegt.

79% `Korrekt`
1% `Nicht gewusst`

2. Wir testen mit einem Binomialtest auf dem 5% Signifikanzniveau, ob eine Münze gefälscht wurde, sodass sie häufiger "Kopf" zeigt ($H_0 : \pi = 0.5$). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir die Münze als "gefälscht" (H_0 wird verworfen) bezeichnen, wenn sie in Wahrheit "fair" (H_0 ist in Wahrheit richtig) ist?

√ 79% (a) Höchstens 5%.

Richtig!

3% (b) Mindestens 95%.

Leider nicht.

18% (c) Wenn man die genaue Form der Alternative nicht kennt, ist keine Aussage möglich.

Leider nicht.

Das Signifikanzniveau gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der die Nullhypothese verworfen wird, obwohl sie wahr ist. Die Wahrscheinlichkeit, die Münze als gefälscht zu bezeichnen obwohl sie fair ist, ist also 5%. (Für die, die es genau wissen wollen: Ich habe in der Antwort noch den Zusatz "höchstens" gewählt, weil es bei einem Binomialtest sein kann, dass es nicht möglich ist, den Verwerfungsbereich so zu wählen, dass der Fehler 1. Art **genau** 5% beträgt. Man wählt dann den Verwerfungsbereich so, dass dass der Fehler 1. Art **höchstens** 5% ist. Später, wenn wir kontinuierliche Verteilungen besprechen, wird dieses Problem nicht mehr auftreten.)

83%	`Korrekt`
1%	`Nicht gewusst`

3. Bei einem Binomialtest ist das Signifikanzniveau 5%. Wie gross ist die Macht des Tests?

12% (a) 95%

Leider nicht.

4% (b) 5%

Leider nicht.

1% (c) 30%

Leider nicht.

√ 83% (d) Keine Aussage möglich.

Richtig!

Bei gegebenem Signifikanzniveau kann die Macht nur dann berechnet werden, wenn die genaue Verteilung der Teststatistik unter der Alternativhypothese bekannt ist. Das wurde hier aber nicht angegeben, also kann die Macht nicht berechnet werden.

58% `Korrekt`
15% `Nicht gewusst`

4. Betrachte einen Binomialtest mit $n = 10$ Versuchen und $H_0 : \pi = 0.5$, $H_A : \pi > 0.5$. Wir finden als Verwerfungsbereich $K = \{8, 9, 10\}$. Angenommen, in Wahrheit ist die Erfolgswahrscheinlichkeit $\pi = 0.7$. Wie gross ist die Macht des Tests, d.h., wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Test die Nullhypothese verwirft? (Im Folgenden sei $X \sim \text{Bin}(10, 0.5)$ und $Y \sim \text{Bin}(10, 0.7)$.)

34% (a) $P(X \geq 8)$

Leider nicht.

4% (b) $P(X < 8)$

Leider nicht.

√ 58% (c) $P(Y \geq 8)$

Richtig!

4% (d) $P(X < 8)$

Leider nicht.

Bei einem Binomialtest entspricht die Teststatistik gerade der Anzahl Erfolge. Wenn in Wahrheit $\pi = 0.7$ gilt, ist die Verteilung der Teststatistik also $\text{Bin}(10, 0.7)$. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert aus dieser Verteilung in den Verwerfungsbereich $K = \{8, 9, 10\}$ fällt ist somit $P(Y \geq 8)$. Diese Grösse ist per Definition die Macht des Binomialtests.

80% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

5. Ein einseitiger Binomialtest ($H_0 : \pi = 0.5$, $H_A : \pi > 0.5$) hat auf dem Signifikanzniveau 5% einen Verwerfungsbereich $K_{0.05} = \{8, 9, 10\}$. Wenn man den gleichen Test auf dem Signifikanzniveau 1% an Stelle von 5% berechnen würde, dann wäre die Länge des Verwerfungsbereichs

√ 80% (a) kleiner.

Richtig!

19% (b) grösser.

Leider nicht.

0% (c) gleich.

Leider nicht.

1% (d) Keine Aussage möglich.

Leider nicht.

Der Verwerfungsbereich auf dem 5% Signifikanzniveau enthält alle extremen Werte der Teststatistik, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% auftreten, falls H_0 stimmt. Er enthält also die "unplausiblen" Werte. Wenn man das Signifikanzniveau von 5% auf 1% erniedrigt, enthält der Verwerfungsbereich nur noch die "äusserst unplausiblen" Werte (genauer: nur noch die Werte, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% auftreten, falls H_0 stimmt). Also enthält der Verwerfungsbereich zum 1% Signifikanzniveau weniger Werte und hat daher eine kleinere Länge. Man kann leicht nachrechnen, dass der Verwerfungsbereich auf dem 1% Signifikanzniveau $K_{0.01} = \{9, 10\}$ ist.

54% `Korrekt`
1% `Nicht gewusst`

6. Bei einem Binomialtest kann die Nullhypothese auf dem 5% Signifikanzniveau verworfen werden. Kann die Nullhypothese dann auch auf dem 1% Signifikanzniveau verworfen werden?

28% (a) Ja.

Leider nicht.

18% (b) Nein.

Leider nicht.

√ 54% (c) Vielleicht.

Richtig!

Nehmen wir den Binomialtest aus der letzten Aufgabe. Dort war der Verwerfungsbereich auf dem 5% Signifikanzniveau $K_{0.05} = \{8, 9, 10\}$ und der Verwerfungsbereich auf dem 1% Signifikanzniveau $K_{0.01} = \{9, 10\}$. Angenommen, der beobachtete Wert der Teststatistik ist $t = 8$. Dann können wir auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen, aber nicht auf dem 1% Signifikanzniveau. Wenn der beobachtete Wert der Teststatistik $t = 10$ ist, dann können wir sowohl auf dem 5% als auch auf dem 1% Signifikanzniveau verwerfen. Daraus ziehen wir folgenden Schluss: Nur weil wir auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen können, heisst das noch lange nicht, dass wir auch auf dem strikteren 1% Signifikanzniveau verwerfen können. Je nach Wert der Teststatistik könnte das zwar tatsächlich so sein, es muss aber nicht so sein. Also ist die richtige Antwort “Vielleicht”.

68% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

7. Bei einem Binomialtest kann die Nullhypothese auf dem 1% Signifikanzniveau verworfen werden. Kann die Nullhypothese dann auch auf dem 5% Signifikanzniveau verworfen werden?

√ 68% (a) Ja.

Richtig!

14% (b) Nein.

Leider nicht.

18% (c) Vielleicht.

Leider nicht.

Wenn wir den Test auf dem strikten 1% Signifikanzniveau verwerfen können, dann können wir erst recht auf dem weniger strikten 5% Signifikanzniveau verwerfen.

69% `Korrekt`
25% `Nicht gewusst`

8. Ein neues Medikament soll zugelassen werden. Wirtschaftlich interessant wäre das Medikament, wenn es eine Heilungschance von mind. 40% aufweist. Völlig uninteressant wäre es bei Heilungschancen bis zu 10%. Wir wollen ein uninteressantes Medikament mit nur 5% Wahrscheinlichkeit als interessant deklarieren; zudem wollen wir mit 80% Wahrscheinlichkeit entdecken, wenn unser Medikament eine Heilungschance von mind. 40% aufweist. Was ist die nötige Stichprobengrösse und der nötige Verwerfungsbereich? (Verwenden Sie das Paper von A'Hern auf der Homepage.)

15% (a) $n = 20$; $K = \{5, 6, ..., 20\}$

Leider nicht.

√ 69% (b) $n = 13$; $K = \{4, 5, ..., 13\}$

Richtig!

8% (c) $n = 8$; $K = \{3, 4, ..., 8\}$

Leider nicht.

8% (d) $n = 10$; $K = \{5, 6, ..., 10\}$

Leider nicht.

Gemäss Aufgabenstellung haben wir p1 = 0.4 (interessante Wirkwahrscheinlichkeit), p0 = 0.1 ("uninteressante Wirkwahrscheinlichkeit"), alpha = 0.05 (Obergrenze für die Wa., ein unwirksames Medikament fälschlicherweise als wirksam zu deklarieren), 1-beta = 0.8 (Wa. ein mit Wirkwahrscheinlichkeit 0.4 wirksames Medikament auch zu entdecken). Den entsprechenden Eintrag finden wir auf Seite 862 des Papers: 4/13. Das bedeutet, dass wir 13 Personen untersuchen müssen; wenn wir es 4 oder mehr Heilungen gibt, kann die Nullhypothese (p0 = 0.1) verworfen werden.

MC-Quiz 6

Einsendeschluss: Sonntag, 29. März, 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 3.2.2 bis 3.3 besser zu verstehen.

Beteiligung	$\frac{127}{491}$	26%
Erreichbare Punktzahl	7	
Maximal erreichte Punktzahl	7	
Minimal erreichte Punktzahl	1	
Arithmetisches Mittel	4.72	

89% Korrekt
0% Nicht gewusst

1. Die Macht eines Tests für eine gewissen Alternativhypothese und Signifikanzniveau 5% ist 0.8. Wie gross ist der Fehler zweiter Art?

0% (a) 0.05

Leider nicht.

1% (b) 0.8

Leider nicht.

√ 89% (c) 0.2

Richtig!

10% (d) Keine Aussage Möglich!

Leider nicht.

Per Definition gilt: Macht = 1 - Fehler 2. Art. Wenn die Macht 0.8 ist, ist der Fehler zweiter Art also $1 - 0.8 = 0.2$.

84% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

2. Bei einem Binomialtest mit einer gewissen Alternativhypothese und Signifikanzniveau α ist die Macht 0.78. Was passiert mit der Macht, wenn man genau den gleichen Test auf dem Signifikanzniveau $\frac{\alpha}{2}$ durchführt?

13% (a) Die Macht nimmt tendenziell zu.

Leider nicht.

$\surd$ 84% (b) Die Macht nimmt tendenziell ab.

Richtig.

2% (c) Die Macht bleibt in jedem Fall gleich.

Leider nicht.

1% (d) Es ist keine Aussage möglich.

Leider nicht.

Wenn man das Signifikanzniveau verkleinert, verkleinert sich auch der Verwerfungsbereich. Wenn man den Verwerfungsbereich kleiner macht, ist auch die Wahrscheinlichkeit kleiner, dass man eine Beobachtung in diesem Bereich macht. Die Macht ist gerade die Wahrscheinlichkeit, dass eine Beobachtung in den Verwerfungsbereich fällt, wenn die Nullhypothese nicht richtig ist (z.B. $H_0 : \pi = 0.5$, $H_A : \pi > 0.5$ und in Wahrheit ist $\pi = 0.8$). Daher nimmt die Macht ab. Bei diskreten Verteilungen könnte sie unter Umständen auch mal gleich bleiben; das sind aber nur Ausnahmen. Die allgemeine Regel ist: Wird das Signifikanzniveau kleiner, dann wird auch die Macht kleiner.

68% `Korrekt`
2% `Nicht gewusst`

3. Der p-Wert eines Binomialtests ist 0.007. Ist das Ergebnis damit für die Wissenschaft automatisch wertvoll?

32% (a) Ja

Leider nicht.

√ 68% (b) Nicht unbedingt.

Richtig!

Ein signifikanter Test gibt an, dass mit grosser Wahrscheinlichkeit eine Abweichung von der Nullhypothese gefunden wurde. Wie gross diese Abweichung ist, wird dabei aber nicht mitgeteilt. Es könnte also sein, dass die gefundene Abweichung so klein ist, dass sie in der Praxis überhaupt keine Rolle spielt. Das Ergebnis ist dann zwar signifikant, aber für die Praxis irrelevant. Ein Vertrauensintervall hat den Vorteil, dass es sowohl angibt, ob ein Parameterwert verworfen werden kann *und* wie gross der wahre Parameter wohl etwa sein wird. Mit einem Vertrauensintervall kann man also sowohl Signifikanz also auch Relevanz überprüfen, mit dem p-Wert nur Signifikanz. Wenn man nur genügend viele Beobachtungen sammelt, kann man ein Ergebnis oft signifikant machen und dabei vergessen zu prüfen, ob das Ergebnis überhaupt relevant ist.

65% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

4. Der p-Wert eines zweiseitigen Binomialtests mit $H_0 : \pi = 0.5$ und $H_A : \pi \neq 0.5$ ist 0.03. Kann man die Nullhypothese auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen? Und auf dem 1% Signifikanzniveau?

18% (a) Auf dem 1%-Niveau verwerfen und auf dem 5%-Niveau nicht verwerfen.

Leider nicht.

9% (b) Auf dem 1%-Niveau verwerfen und auf dem 5%-Niveau verwerfen.

Leider nicht.

8% (c) Auf dem 1%-Niveau nicht verwerfen und auf dem 5%-Niveau nicht verwerfen.

Leider nicht.

√ 65% (d) Auf dem 1%-Niveau nicht verwerfen und auf dem 5%-Niveau verwerfen.

Richtig!

Der p-Wert ist das kleinste Signifikanzniveau, bei dem die Nullhypothese gerade noch verworfen werden kann. Falls das Signifikanzniveau grösser als 3% ist, kann man die Nullhypothese also verwerfen; sonst nicht.

56% `Korrekt`
6% `Nicht gewusst`

5. Das 95%-Vertrauensintervall für den zweiseitigen Binomialtest (auch zweiseitiges Vertrauensintervall genannt) für den Erfolgsparameter π in einem Binomialtest ist $[0.3; 0.6]$. Angenommen, wir wollen mit den gleichen Daten, mit denen das Vertrauensintervall berechnet wurde die Nullhypothese $H_0 : \pi = 0.5$ gegen die Alternative $H_A : \pi \neq 0.5$ testen. Können wir die Nullhypothese auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen?

19% (a) Ja.

Leider nicht.

√ 56% (b) Nein.

Richtig!

25% (c) Keine Aussage möglich.

Leider nicht.

Für alle Werte x in einem 95%-Vertrauensintervall gilt folgende Aussage: Die Nullhypothese $H_0 : \pi = x$ kann auf dem 5% Signifikanzniveau nicht verworfen werden. In obigem Beispiel liegt 0.5 im Vertrauensintervall. Daher wird die Nullhypothese $H_0 : \pi = 0.5$ nicht verworfen.

76%	`Korrekt`
4%	`Nicht gewusst`

6. Bei einer Umfrage wurden $n = 100$ zufällig ausgewählte Personen untersucht. $x = 9$ von diesen Personen hatten innerhalb des letzten halben Jahres einen Migräneanfall. In welchem Bereich liegt der Anteil der Gesamtbevölkerung, der unter Migräne leidet? (Hinweis: Berechne ein 95%-Vertrauensintervall mit der Normalapproximation; verwende $1.96 \approx 2$; $\sqrt{\frac{9}{100}\frac{91}{100}\frac{1}{100}} \approx 0.03$)

√ 76% (a) [0.03; 0.15]

Richtig!

2% (b) [0.95; 1.0]

Leider nicht.

5% (c) [0.09; 0.10]

Leider nicht.

14% (d) [0.06; 0.15]

Leider nicht.

3% (e) Ich weiss die Antwort nicht.

Danke für Ihr Feedback!

Mit der Normalapproximation kann man das 95%-Vertrauensintervall für die Erfolgswahrscheinlichkeit folgendermassen berechnen:

$$[\frac{x}{n} - 2 \cdot \sqrt{\frac{x}{n}(1 - \frac{x}{n})\frac{1}{n}}, \frac{x}{n} + 2 \cdot \sqrt{\frac{x}{n}(1 - \frac{x}{n})\frac{1}{n}}]$$

Wenn man hier $x = 9$ und $n = 100$ einsetzt, kommt man auf [0.03; 0.15].

44% `Korrekt`
5% `Nicht gewusst`

7. Bei einem Binomialtest mit $n = 100$ Personen ist der geschätzte Wert der Erfolgswahrscheinlichkeit 0.08. Das 95%-Vertrauensintervall ist $[0.06, 0.10]$. Angenommen das Vertrauensintervall ist zu ungenau, weil es nur eine Genauigkeit von ± 0.02 verspricht. Wir brauchen aber eine Genauigkeit von ± 0.01. Wie viele Beobachtungen sind in etwa nötig, um eine Genauigkeit von ± 0.01 im 95%-Vertrauensintervall zu erreichen?

2% (a) n=25

Leider nicht.

5% (b) n=50

Leider nicht.

7% (c) n=100

Leider nicht.

36% (d) n=200

Leider nicht.

√ 44% (e) n=400

Richtig!

7% (f) Ich weiss die Antwort nicht.

Danke für Ihr Feedback!

Das $\sqrt{n}$-Gesetz sagt, dass ein Vertrauensintervall bei n-mal so vielen Beobachtugen etwa um den Faktor $\sqrt{n}$ kleiner wird. Wir wollen das Vertrauensintervall um den Faktor 2 kleiner machen. Also brauchen wir viermal so viele Beobachtungen. Also ist $n = 400$ richtig.

MC-Quiz 7

Einsendeschluss: Sonntag, 19.04.2015, 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 3.2.3 bis 4.3 besser zu verstehen.

Beteiligung	$\frac{126}{491}$	26%
Erreichbare Punktzahl	4	
Maximal erreichte Punktzahl	4	
Minimal erreichte Punktzahl	1	
Arithmetisches Mittel	3.35	

79% `Korrekt`
3% `Nicht gewusst`

1. Betrachte die Zahlen: $1, 3, 4, 5, 6, 10, 23, 46$. Was ist das 20%-Quantil ($q_{0.2}$) dieser Zahlen?

17% (a) $q_{0.2} = 1$

Leider nicht.

√ 79% (b) $q_{0.2} = 3$

Richtig.

4% (c) $q_{0.2} = 5.5$

Leider nicht.

0% (d) $q_{0.2} = 12.25$

Leider nicht.

In diesem Beispiel ist $n = 8$ und $\alpha = 0.20$. $\alpha \cdot n = 1.6$ ist keine ganze Zahl. Gemäss Definition aus der Vorlesung ist deshalb das 20%-Quantil gleich $x_{(k)}$ (= der k-kleinste Wert), wobei der gerundete Wert von $k = \alpha \cdot n + \frac{1}{2} = 1.6 + 0.5 = 2.1 \approx 2$ verwendet werden muss. $x_{(2)}$ bezeichnet den zweitkleinsten Wert. Also ist die Lösung: $q_{0.2} = 3$.

98% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

2. Betrachte folgende Zahlen: $1, 3, 4, 5, 6, 10, 23$. Der Median ($= q_{0.5}$) ist 5, das arithmetische Mittel (AM) ist 7.42. Wie ändert sich Median und AM, wenn man die Beobachtung 23 durch 2300 ersetzt (z.B. durch einen Tippfehler beim Eingeben der Daten)?

1% (a) Median und AM bleiben beide gleich.

Leider nicht.

2% (b) Median nimmt zu, AM bleibt gleich.

Leider nicht.

√ 98% (c) AM nimmt zu, Median bleibt gleich.

Richtig!

0% (d) Median und AM nehmen beide zu.

Leider nicht.

Um das arithmetische Mittel zu berechnen, summiert man alle Werte und teilt dann durch die Anzahl der Werte. Wenn die Anzahl der Werte gleich bleibt, aber ein Wert viel grösser wird, nimmt das arithmetische Mittel also zu. Um den Median zu bestimmen, sortiert man alle Werte in aufsteigender Reihenfolge und nimmt den Wert in der Mitte. Wenn der bisher grösste Wert um den Faktor 100 grösser wird, ändert das gar nichts an der Sortierung der Werte. D.h., der Wert, der vorher in der Mitte war ist nach der Vergrösserung des grössten Wertes immer noch in der Mitte. Der Median ändert sich also nicht. Deshalb ist die Antwort "AM nimmt zu, Median bleibt gleich" richtig.

75% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

3. Angenommen, die Korrelation zwischen Einkommen und Weinkenntnisse ist 0.99. Wenn wir eine Person mit Weinkenntnissen kennlernen, ist ihr Einkommen wahrscheinlich...

0% (a) klein.

Leider nicht.

√ 75% (b) gross.

Richtig!

25% (c) Keine Aussage möglich.

Leider nicht.

Die Korrelation misst die stärke eines linearen Zusammenhangs. Wenn die Korrelation nahe bei +1 ist, heisst das, dass Personen mit grossem Einkommen meistens auch grosse Weinkenntnisse (und umgekehrt) besitzen.

86% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

4. Angenommen, es stellt sich heraus, dass Personen mit grossem Einkommen auch grosse Weinkenntnisse haben, wenn die Korrelation der beiden Variablen gross ist. Sollte man also einen Kurs über Wein besuchen, um sein Einkommen zu verbessern?

3% (a) Ja, denn die grosse Korrelation beweist, dass grosse Weinkenntnisse ein grosses Einkommen verursachen.

Leider nicht.

11% (b) Nein, denn die grosse Korrelation beweist, dass es keinen kausalen Zusammenhang zwischen grossen Weinkenntnissen und grossem Einkommen geben kann.

Leider nicht.

√ 86% (c) Es ist keine Aussage möglich. Die Weinkenntnisse könnten die Ursache für ein grosses Einkommen sein, aber das kann man mit der Korrelation nicht zweifelsfrei beantworten.

Richtig!

Wenn zwischen zwei Variablen eine grosse Korrelation besteht, heisst das, dass es einen linearen Zusammenhang zwischen den beiden Variablen gibt. Allerdings wird keine Aussage gemacht, *woher* dieser Zusammenhang kommt. Es könnte sein, dass grosse Weinkenntnisse zu grossem Einkommen führen (Weinkenntnisse verursachen grosses Einkommen). Es könnte aber auch sein, dass Personen erst ein grosses Einkommen entwickeln und sich dann Wein als Hobby auswählen (grosses Einkommen verursacht gute Weinkenntnisse). Schliesslich könnte es auch sein, dass Kinder, die in einer wohlhabenden Familie aufwachsen eher Kontakt zu Wein haben und damit Interesse dafür entwickeln und, dass in einer wohlhabenden Familie mehr Wert auf einen Beruf mit grossem Einkommen gelegt wird (Erziehung verursacht sowohl grosses Einkommen als auch gute Weinkenntnisse; d.h., zwischen Weinkenntnissen und Einkommen gäbe es gar keinen kausalen Zusammenhang). Kurz und gut: Irgendeine Ursache für den linearen Zusammenhang wird es schon geben, aber wir können an Hand der Korrelation nicht sagen, welchen.

BIOL, HST, PHARM FS 2015
Dr. M. Kalisch

MC-Quiz 8

Einsendeschluss: Sonntag, 26.04.2015, 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 4.4 bis 4.6 besser zu verstehen.

Beteiligung	$\frac{93}{491}$	19%
Erreichbare Punktzahl	9	
Maximal erreichte Punktzahl	9	
Minimal erreichte Punktzahl	0	
Arithmetisches Mittel	6.03	

87% Korrekt
2% Nicht gewusst

1. Z folgt einer Standard-Normalverteilung. Wie gross ist $P(Z = 1)$ (Achtung: $P(Z = 1)$ und $\phi(1)$ ist nicht das gleiche)?

11% (a) 0.84

Leider nicht. Sie haben $P(Z \leq 1)$ ausgerechnet.

3% (b) 0.24

Leider nicht. Sie haben $\phi(1)$ ausgerechnet.

√ 88% (c) 0

Für jede stetige Zufallsvariable X mit einem kontinuierlichen Wertebereich gilt für jedes erlaubte Ergebnis x: $P(X = x) = 0$. Deshalb muss man das Konzept der Wahscheinlichkeitsdichte einführen.

63% `Korrekt`
2% `Nicht gewusst`

2. Betrachte eine kontinuierliche, uniforme Verteilung auf dem Intervall $[0, 2]$. Die Wahrscheinlichkeitsdichte dieser Verteilung nennen wir $f(x)$. Wie gross sind die Werte $f(0), f(1), f(2)$?

30% (a) $f(0) = 0,\ f(1) = 0.5,\ f(2) = 1$

√ 64% (b) $f(0) = 0.5,\ f(1) = 0.5,\ f(2) = 0.5$

11% (c) $f(0) = 1,\ f(1) = 1,\ f(2) = 1$

Die Fläche unter jeder Wa.dichte muss den Wert 1 ergeben. Bei einer uniformen Verteilung ist die Wa.dichte für jeden Wert konstant. Weil das Intervall der erlaubten Werte eine Breite von 2 hat, muss die Wa.dichte also den Wert 0.5 annehmen, damit die Flächer unter der "Kurve" (hier ist es ja eigentlich nur eine horizontale Gerade) 1 ergibt.

60% `Korrekt`
12% `Nicht gewusst`

3. Angenommen, X ist eine diskrete Zufallsvariable auf den Zahlen $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ und Y ist eine kontinuierliche Zufallsvariable mit Wa.dichte $f(y)$ auf dem Bereich $[0, 1]$. X und Y haben jeweils eine unbekannte Verteilung und haben nichts miteinander zu tun. Welche der unten aufgelisteten Kombinationen kann niemals auftreten?

29% (a) $P(X = 3) = 0.3;\ f(0.6) = 1.5$

Leider nicht. Diese Kombination ist möglich.

√ 63% (b) $P(X = 3) = 1.3;\ f(0.6) = 0.5$

Richtig! Diese Kombination ist nicht möglich.

11% (c) $P(X = 3) = 0.3;\ f(0.6) = 0.7$

Leider nicht. Diese Kombination ist möglich.

Bei der Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariable X kann die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis x, also $P(X = x)$ niemals grösser als 1 sein (weil die Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Werte von x zusammengezählt gerade 1 ergeben müssen). Der Wert einer Wa.dichte kann aber durchaus grösser als 1 werden, solange nur die Fläche unter der Wa.dichte 1 ergibt.

99%	`Korrekt`
3%	`Nicht gewusst`

4. Angenommen, Z ist standard-normalverteilt. Wie gross ist $P(Z \leq 1.43)$? Verwenden Sie die Tabelle im Skript auf Seite 104.

0% (a) 0.53

$\checkmark$ 99% (b) 0.92

1% (c) 0.97

Der gesuchte Wert steht in der Zeile "1.4" und in der Spalte "0.03": 0.9236

87%	`Korrekt`
11%	`Nicht gewusst`

5. Angenommen, $X \sim \mathcal{N}(1, 2^2)$. Verwenden Sie die Tabelle im Skript auf Seite 104, um $P(X \leq 4.28)$ zu bestimmen. (Achtung: Sie müssen Standardisieren, um die Tabelle für die Standardnormalverteilung verwenden zu können.)

1% (a) 1

$\checkmark$ 87% (b) 0.95

8% (c) 0.87

4% (d) 0.73

$P(X \leq 4.28) = P(\frac{X-1}{2} \leq \frac{4.28-1}{2}) = P(Z \leq 1.64) = 0.95.$

56% `Korrekt`
2% `Nicht gewusst`

6. In der Tabelle im Skript sind nur die Wahrscheinlichkeiten für positive Werte von z eingetragen. Die Wahrscheinlichkeiten für negative Werte von z können durch die Symmetrie der Normalverteilung leicht berechnet werden. Wie gross ist $P(Z \leq -0.53)$?

38% (a) 0.7019

5% (b) -0.7019

√ 57% (c) 0.2981

Aus Symmetriegründen ist $P(Z \leq -0.53) = P(Z \geq 0.53) = P(Z > 0.53) = 1 - P(Z \leq 0.53)$ (Beachten Sie, dass $P(Z \geq 0.53) = P(Z > 0.53)$ weil $P(Z = 0.53) = 0.$). Aus der Tabelle lesen wir $P(Z \leq 0.53) = 0.7019$. Also ist $P(Z \leq -0.53) = 1 - 0.7019 = 0.2981$.

63% `Korrekt`
6% `Nicht gewusst`

7. X ist eine Zufallsvariable mit $E(X) = 1$ und $Var(X) = 2$. Durch lineare Transformation definieren wir eine neue Zufallsvariable $Y = 2 \cdot X + 1$. Wie gross ist $E(Y)$ und $Var(Y)$?

9% (a) $E(Y) = 1$, $Var(Y) = 2$

21% (b) $E(Y) = 3$, $Var(Y) = 5$

7% (c) $E(Y) = 2$, $Var(Y) = 8$

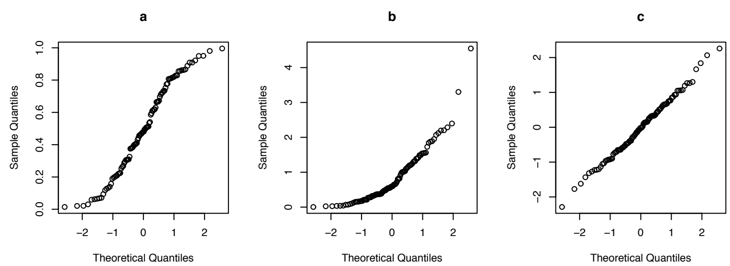
√ 63% (d) $E(Y) = 3$, $Var(Y) = 8$

0% (e) $E(Y) = 2$, $Var(Y) = 9$

Fall $Y = a + bX$, gelten die Rechenregeln: $E(Y) = a + b \cdot E(X)$, $Var(Y) = b^2 \cdot Var(Y)$.

89% `Korrekt`
2% `Nicht gewusst`

8. Betrachte die drei QQ-Plots, die drei verschiedenen Datensätzen mit der Standard-Normalverteilung vergleichen. Welche der drei QQ-Plots weist am ehesten darauf hin, dass der zugehörige Datensatz näherungsweise mit einer Normalverteilung modelliert werden kann?



9% (a) a

2% (b) b

√ 90% (c) c

Der QQ-Plot, der Daten mit einer Standard-Normalverteilung vergleicht, zeigt eine Gerade, wenn die zugehörigen Daten zu einer (beliebigen) Normalverteilung passen. QQ-Plot "c" zeigt eine ziemlich klare Gerade; also können die zugehörigen Daten gut mit einer Normalverteilung modelliert werden.

49% `Korrekt`
39% `Nicht gewusst`

9. (Optional; hier müssen Sie ein paar Zeilen aufschreiben) Ein betrunkener Bargast ist zur Polizeistunde um 0.00 Uhr aus der Bar geworfen worden. Nun steht er schwankend auf der Strasse und will zu seinem Haus gehen, das am nördlichen Ende der Strasse liegt. Alle 6 Sekunden macht er entweder einen Schritt der Länge 1m nach Norden oder er bleibt sechs Sekunden lang schwankend stehen (er geht aber nicht seitlich oder zurück). Weil er aber so betrunken ist, macht er einen Schritt nur mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{3}$. Mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ bleibt er stehen. Wir nehmen an, dass die Entscheidungen alle sechs Sekunden unabhängig voneinander sind. Um 1.00 Uhr ist der Mann noch nicht zu Hause und die alarmierte Polizei schickt einen Suchtrupp los. In welchem Bereich nördlich der Bar befindet sich der betrunkene Mann mit 95% Wahrscheinlichkeit?

4% (a) $[134; 517]$ Meter nördlich der Bar

35% (b) $[287; 456]$ Meter nördlich der Bar

√ 51% (c) $[376; 424]$ Meter nördlich der Bar

12% (d) Exakt 400 Meter nördlich der Bar

X_i ist die Bewegung Richtung Norden bei Schritt i (positiv = Richtung Norden); $P(X_i = 1) = \frac{2}{3}$, $P(X_i = 0) = \frac{1}{3}$. Also ist $E(X_i) = \frac{2}{3}$ und $Var(X_i) = \frac{2}{9}$. Nach einer Stunde hat der Betrunkene 60*10 = 600 Schritte gemacht. Also ist seine Position nach einer Stunde $X = X_1 + X_2 + ... + X_{600}$. Da wir angenommen haben, dass alle Schritte unabhängig voneinander und gleich verteilt sind, können wir den Zentralen Grenzwertsatz anwenden: $X \sim N(600 \cdot \frac{2}{3} = 400; 600 \cdot \frac{2}{9} \approx 133)$. Die Standardabweichung von X ist also $\sqrt{(133)} \approx 12$. Da bei einer Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ (ungefähr) 95% der Fläche im Bereich $\mu \pm 2 \cdot \sigma$ liegen, ist eine 95% Vertrauensintervall für die Position des Betrunkenen: $[400 - 2 \cdot 12 = 376; 400 + 2 \cdot 12]$. Um 1.00 Uhr ist der Betrunkene also mit 95% Wahrscheinlichkeit im Bereich $[376; 424]$ nördlich der Bar.

BIOL, HST, PHARM FS 2015
Dr. M. Kalisch

MC-Quiz 9

Einsendeschluss: Sonntag, 03.05.2015, 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 4.6 und 4.7 besser zu verstehen.

Beteiligung	$\frac{90}{491}$	18%
Erreichbare Punktzahl	8	
Maximal erreichte Punktzahl	8	
Minimal erreichte Punktzahl	0	
Arithmetisches Mittel	5.22	

48% Korrekt
0% Nicht gewusst

1. Angenommen, wir haben das Körpergewicht von 16 zufällig ausgewählten Personen in der Vorlesung bestimmt. Der Hersteller der Waage gibt an, dass jede Einzelmessung eine Standardabweichung von 0.2 kg hat. Wie gross ist Standardabweichung des arithmetischen Mittels der 16 Personen?

8% (a) 0.0125 kg

√ 48% (b) 0.05 kg

30% (c) 0.2 kg

7% (d) 0.8 kg

8% (e) 3.2 kg

Das arithmetische Mittel von n unabhängigen, gleichverteilten Messungen ist zuverlässiger als eine Einzelmessung. Genauer gesagt: Die Standardabweichung des arithmetischen Mittels ist um den Faktor $\sqrt{n}$ kleiner als die einer Einzelmessung. In diesem Beispiel ist die Standardabweichung des arithmetischen Mittels also $\frac{0.2}{\sqrt{16}} = 0.05$.

68% `Korrekt`
2% `Nicht gewusst`

2. Angenommen, eine Einzelmessung X_i folgt der Verteilung $\mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$. Das arithmetische Mittel $\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ aus n Einzelmessungen folgt der Verteilung $\mathcal{N}(\mu, \sigma_{\overline{X}_n}^2)$. Welchen Zusammenhang gibt es zwischen der Standardabweichung einer Einzelmessung σ_X und der Standardabweichung des arithmetischen Mittels $\sigma_{\overline{X}_n}$?

13% (a) $\sigma_{\overline{X}_n} = \sigma_X$

6% (b) $\sigma_{\overline{X}_n} = \frac{\sigma_X}{n}$

√ 68% (c) $\sigma_{\overline{X}_n} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$

1% (d) $\frac{\sigma_{\overline{X}_n}}{n} = \sigma_X$

13% (e) $\frac{\sigma_{\overline{X}_n}}{\sqrt{n}} = \sigma_X$

Das $\sqrt{n}$-Gesetz sagt, dass $\sigma_{\overline{X}_n} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$. Es ist ein sehr verbreiteter Fehler, die Standardabweichung einer Einzelmessung mit der Standardabweichung des arithmetischen Mittels zu verwechseln. Versuchen Sie, sich diesen Unterschied einzuprägen.

83% Korrekt
3% Nicht gewusst

3. Angenommen, das arithmetische Mittel ist folgendermassen verteilt: $\overline{X}_n \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma_{\overline{X}_n})$. Wie ist dann die Verteilung von $\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma_{\overline{X}_n}}$?

8% (a) $\mathcal{N}(\mu, \sigma_{\overline{X}_n})$

7% (b) $\mathcal{N}(\mu, \sigma_X)$

0% (c) $\mathcal{N}(0, \sigma_X)$

2% (d) $\mathcal{N}(\mu, 1)$

√ 83% (e) $\mathcal{N}(0, 1)$

Mit den Rechenregeln für Erwartungswert und Varianz erhalten wir: $\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma_{\overline{X}_n}} \sim \mathcal{N}((0, 1)$. Weil $\sigma_{\overline{X}_n} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$ ist die Aussage gleichbedeutend mit $\frac{(\overline{X}_n - \mu) \cdot \sqrt{n}}{\sigma_X} \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Diese Grösse wird beim z-Test als Teststatistik verwendet und somit ist die Verteilung der Teststatistik $\mathcal{N}(0, 1)$. Beim t-Test wird die Standardabweichung der Einzelbeobachtung σ_X durch einen Schätzwert $\hat{\sigma}_X$ ersetzt. Es sollte intuitiv klar sein, dass dadurch die Teststatistik etwas mehr streut (sie enthält ja jetzt mehr Unsicherheit als zuvor). Das hat zur Folge, dass die neue Teststatistik $\frac{(\overline{X}_n - \mu) \cdot \sqrt{n}}{\hat{\sigma}_X}$ nicht mehr standardnormalverteilt ist, sondern einer t_{n-1}-Verteilung folgt. Die t_{n-1}-Verteilung hat eine grössere Streuung als die Standardnormalverteilung und trägt somit der Tatsache Rechnung, dass in der Teststatistik zusätzliche Unsicherheit durch das *Schätzen* der Standardabweichung eingeführt wurde.

63% `Korrekt`
8% `Nicht gewusst`

4. Angenommen, $X \sim t_5$ und $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$. Was ist grösser: $P(X > 2)$ oder $P(Z > 2)$ (Hinweis: Verwende die Tabellen im Skript.)?

27% (a) $P(Z > 2)$

✓ 63% (b) $P(X > 2)$

11% (c) Beide sind gleich.

Aus der Tabelle für die t-Verteilung sieht man: $t_{5;0.95} \approx 2$; d.h., $P(X \leq 2) \approx 0.95$. Also ist $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) \approx 0.05$. Aus der Tabelle für die Standard-Normalverteilung sieht man: $\Phi^{-1}(0.975) \approx 2$. Also ist $P(Z \leq 2) \approx 0.975$. Deshalb ist $P(Z > 2) \approx 0.025$. $P(X > 2)$ ist also grösser. Allgemein gilt die Aussage: Je kleiner das n ("degrees of freedom") bei der Verteilung t_n, desto wahrscheinlicher sind Werte mit grossem Absolutbetrag. In der Finanz- und Versicherungsbranche ist die t-Verteilung sehr verbreitet, weil es hier sehr wichtig ist die Auftretenswahrscheinlichkeit von grossen Ereignissen (z.B. Schadensfällen) genau modellieren zu können.

59% `Korrekt`
13% `Nicht gewusst`

5. Eine Stichprobe von 9 Einzelbeobachtungen ergibt das arithmetische Mittel $\bar{x}_n = 4$ und die empirische Standardabweichung einer Einzelbeobachtung $\hat{\sigma}_X = 2$. Berechne ein 95% Vertrauensintervall für den wahren Erwartungswert.

13% (a) $[2.49; 5.51]$

✓ 59% (b) $[2.46; 5.53]$

28% (c) $[2.76; 5.24]$

Das gesuchte Vertrauensintervall lässt sich mit der Formel $[\overline{x}_n - t_{n-1,1-\alpha/2}\,\frac{\hat{\sigma}_X}{\sqrt{n}}, \overline{x}_n + t_{n-1,1-\alpha/2}\,\frac{\hat{\sigma}_X}{\sqrt{n}}]$ berechnen. In unserem Beispiel ist $n = 9$, $\alpha = 0.05$ und $t_{8;0.975} = 2.306$. Damit ergibt sich als 95% Vertrauensintervall: $[2.46; 5.53]$

37%	`Korrekt`
9%	`Nicht gewusst`

6. Das (zweiseitige) 95%-Vertrauensintervall bei einem t-Test ist $[0.2; 1.5]$. Würde der t-Test mit den gleichen Daten die Nullhypothese $H_0 : \mu = 0$ zu Gunsten der Alternative $H_A : \mu \neq 0$ verwerfen?

29% (a) Nein.

√ 37% (b) Ja.

34% (c) Keine Aussage möglich.

Das 95% Vertrauensintervall enthält per Definition alle Werte von μ_0, bei denen der zweiseitige t-Test $H_0 : \mu = \mu_0$ auf dem 5% Niveau nicht verwerfen würde. Für alle Werte ausserhalb des Vertrauensintervalls würde die Nullhypothese verworfen werden. Da die 0 nicht im Vertrauensintervall liegt, würde also die Nullhypothese $H_0 : \mu = 0$ verworfen werden.

96%	`Korrekt`
1%	`Nicht gewusst`

7. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält ein 99%-Vertrauensintervall für den Erwartungswert den wahren Erwartungswert?

4% (a) Mit 1%.

0% (b) Mit 5%.

0% (c) Mit 95%.

√ 96% (d) Mit 99%.

Ein 99%-Vertrauensintervall enthält den wahren Parameter mit 99% Wahrscheinlichkeit.

92% `Korrekt`
1% `Nicht gewusst`

8. Angenommen, wir haben Grund zu der Annahme, dass die Daten in einer Stichprobe nicht normalverteilt sind (z.B. sehen wir eine starke Krümmung im QQ-Plot). Mit welchem Test kann man in diesem Fall die Lage der Verteilung prüfen (ein "Lagemass" ist z.B. der Mittelwert oder der Median)?

3% (a) z-Test

4% (b) t-Test

√ 92% (c) Vorzeichentest

Sowohl der z-Test als auch der t-Test nehmen an, dass die Daten aus einer Normalverteilung stammen. Wenn das nicht der Fall ist, sind die resultierenden p-Werte falsch. In diesem Fall kann man immer noch den Vorzeichentest verwenden, denn dieser nimmt nur an, dass die Beobachtungen voneinander unabhängig sind. Über die Form der Verteilung gibt es aber gar keine Annahmen. Es gibt noch einen kleinen Unterschied: z-Test und t-Test prüfen den Mittelwert der Verteilung. Der Vorzeichentest prüft den Median der Verteilung.

BIOL, HST, PHARM — FS 2015

Dr. M. Kalisch

MC-Quiz 10

Einsendeschluss: Sonntag, 10. Mai 2015, 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 4.7 und 4.8 besser zu verstehen.

Beteiligung	$\frac{94}{491}$	19%
Erreichbare Punktzahl	8	
Maximal erreichte Punktzahl	8	
Minimal erreichte Punktzahl	3	
Arithmetisches Mittel	6.04	

93% Korrekt
0% Nicht gewusst

1. 20 zufällig ausgewählte Patienten mit Fieber werden zufällig in zwei Gruppen aufgeteilt. Die eine Gruppe (12 Personen) wird mit einem neuen Medikament behandelt. Die andere Gruppe (8 Personen) wird mit dem herkömmlichen Medikament behandelt. Es wird bei jeder Person der Rückgang des Fieber nach einer Stunde gemessen. Wir wollen nun prüfen, ob das neue Medikament das Fieber innerhalb einer Stunde signifikant stärker senken kann und verwenden einen Zwei-Stichproben t-Test. Ist ein gepaarter oder ein ungepaarter t-Test angebracht?

7% (a) Gepaart.

√ 93% (b) Ungepaart

0% (c) Keine Aussage möglich.

Es gibt keine eindeutige Art, auf die man eine Person aus der einen Gruppe einer Person aus der anderen Gruppe zuordnen könnte. Zudem sind die Gruppen nicht gleich gross. Es muss daher ein ungepaarter t-Test gemacht werden.

99% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

2. Es wurden neue Augentropfen entwickelt, die den Augeninnendruck senken sollen. Um die Wirkung des neuen Medikaments zu prüfen, werden 10 Personen zufällig ausgewählt. Jede Person bekommt in das linke Auge die neuen Augentropfen. In das rechte Auge bekommt sie herkömmliche Augentropfen. Gemessen wird nun für jedes Auge und jedem Patienten die Senkung des Augeninnendrucks nach fünf Minuten. Wir wollen nun mit einem Zwei-Stichproben t-Test prüfen, ob der Augeninnendruck mehr sinkt, wenn das neue Medikament verwendet wird. Ist ein gepaarter oder ein ungepaarter t-Test angebracht?

1% (a) Ungepaart.

√ 99% (b) Gepaart.

0% (c) Keine Aussage möglich.

Wir haben zehn Messungen für die neuen Augentropfen und zehn Messungen für die herkömmlichen Augentropfen. Zu jeder Messung mit den neuen Tropfen (linkes Auge) kann man eindeutig eine Messung mit den herkömmlichen Tropfen zuweisen (rechtes Auge der gleichen Person). Es ist daher ein gepaarter t-Test angebracht.

83% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

3. Ein Verwerfungsbereich ist ein Bereich, der...

14% (a) ... unplausible Parameterwerte enthält.

1% (b) ... plausible Parameterwerte enthält.

2% (c) ... plausible Werte der Teststatistik enthält, wenn die Nullhypothese stimmt.

√ 83% (d) ... unplausible Werte der Teststatistik enthält, wenn die Nullhypothese stimmt.

Ein Verwerfungsbereich enthält unplausible Werte für die Teststatistik, falls die Nullhypothese stimmt. Er wird im Hypothesentest gebraucht. Ein Vertrauensintervall enthält plausible Parameterwerte. Das Vertrauensintervall kann alternativ zu einem Hypothesentest verwendet werden.

43%	`Korrekt`
0%	`Nicht gewusst`

4. Ein Vertrauensintervall ist ein Bereich, der...

1% (a) ... unplausible Parameterwerte enthält.

√ 43% (b) ... plausible Parameterwerte enthält.

56% (c) ... plausible Werte der Teststatistik enthält, wenn die Nullhypothese stimmt.

0% (d) ... unplausible Werte der Teststatistik enthält, wenn die Nullhypothese stimmt.

Ein Verwerfungsbereich enthält unplausible Werte für die Teststatistik, falls die Nullhypothese stimmt. Er wird im Hypothesentest gebraucht. Ein Vertrauensintervall enthält plausible Parameterwerte. Das Vertrauensintervall kann alternativ zu einem Hypothesentest verwendet werden.

95%	`Korrekt`
0%	`Nicht gewusst`

5. Ein Forscher versucht ein Gewicht möglichst genau zu bestimmen. Dazu misst er das Gewicht mit seiner Waage 5 mal und berechnet ein 95% Vertrauensintervall für das Gewicht (die Waage hat einen zufälligen Messfehler). Um ganz sicher zu gehen, bittet er noch seinen Kollegen, mit dem gleichen Gewicht und der gleichen Waage nochmals 5 Messungen zu machen und aus seinen 5 Messungen auch ein 95% Vertrauensintervall zu berechnen. Am Schluss vergleichen die beiden Forscher ihre beiden Vertrauensintervalle und stellen fest, dass es zwar einen grossen Überlapp gibt, aber dass sie nicht identisch sind. War es zu erwarten, dass die beiden Vertrauensintervalle nicht genau identisch sind?

√ 95% (a) Ja, denn die beiden Forscher werden auf Grund der Zufallsschwankung der Waage nicht genau die gleichen Messungen gemacht haben.

5% (b) Nein, denn der zu Grunde liegende Parameter (wahres Gewicht) ist in beiden Fällen identisch.

Ein Vertrauensintervall berechnet sich aus den zufälligen Beobachtungen. Daher ist es ein *zufälliges* Intervall. Wenn ein zweiter Forscher also das selbe Experiment wiederholt, wird er wegen der auftretenden Zufallsfehler leicht andere Messwerte erhalten und deshalb auch ein leicht anderes Vertrauensintervall. Das Beobachtung der beiden Forscher war also zu erwarten. In beiden Fällen enthält das Vertrauensintervall aber den wahren Parameter mit grosser Wahrscheinlichkeit.

48% `Korrekt`
5% `Nicht gewusst`

6. Wir machen einen Einstichproben t-Test mit der Nullhypothese $H_0 : \mu = 0$ und der Alternative $H_A : \mu \neq 0$. Die gemessenen Werte sind $x_1 = 0.3$, $x_2 = 0.2$, $x_3 = -0.1$, $x_4 = 0.6$, $x_5 = 0.8$. Der beobachtete Wert der Teststatistik ist $t = 2.30$. Daraus ergibt sich der p-Wert $p = 0.08$. Angenommen, wir haben die Messung x_2 falsch abgetippt und stellen fest, dass in Wirklichkeit gilt $\tilde{x}_2 = 0.7$. Wir rechnen erneut den beobachteten Wert der Teststatistik aus und erhalten nun $\tilde{t} = 2.82$. Ändert sich auch der p-Wert?

20% (a) Nein, der p-Wert bleibt gleich.

28% (b) Ja, der p-Wert wird grösser.

√ 48% (c) Ja, der p-Wert wird kleiner.

3% (d) Keine Aussage möglich.

Falls die Nullhypothese richtig ist, folgt die Teststatistik der Verteilung $T \sim t_4$. Der p-Wert ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Teststatistik einen so extremen Wert wie den beobachteten Wert der Teststatistik oder einen noch extremeren Wert annimmt. Was "extrem" bedeutet, richtet sich dabei nach der Alternativhypothese. Falls $t = 2.30$ ist, kann man den p-Wert folgendermassen berechnen:

$$\begin{aligned} p &= P[T \leq -2.30] + P[T \geq 2.30] = P[T \leq -2.30] + (1 - P[T \leq 2.30]) = \\ &= 0.04 + (1 - 0.96) = 0.08 \end{aligned}$$

Falls wir nun $t = 2.30$ durch $\tilde{t} = 2.82$ ersetzen müssen wir für den p-Wert ausrechnen: $\tilde{p} = P[T \leq -2.82] + P[T \geq 2.82]$. Da jede t_n-Verteilung ungefähr wie eine Glockenkurve aussieht, ist $P[T \leq -2.82]$ kleiner als $P[T \leq -2.30]$. Analog ist $P[T \geq 2.82]$ kleiner als $P[T \geq 2.30]$ (machen Sie sich eine Skizze und schauen Sie sich die Fläche unter der Dichtekurve an). Deshalb ist der neue p-Wert kleiner als der alte.

66% `Korrekt`
2% `Nicht gewusst`

7. (Aus *New England Journal of Medicine*, 322(12), 1990, pp. 789-793) Wir betrachten fünfzehn eineiige Zwillingspaare. Die Paare sind so ausgewählt, dass in jedem Paar eine Person unter Schizophrenie leidet und die andere nicht. Per MRI vergleichen wir das Volumen des linken Hippocampus (Teil des Gehirns) innerhalb der Paare (Volumen von Person ohne Schizophrenie: a_i; Volumen von Person mit Schizophrenie: b_i). Ein gepaarter, zweiseitiger t-Test ($H_0 : \mu = 0$, $H_A : \mu \neq 0$) zeigt, dass die mittlere Differenz der Volumen ($x_i = a_i - b_i$, d.h. "Volumen ohne Schizophrenie minus Volumen mit Schizophrenie") auf dem 5%-Niveau signifikant von null verschieden ist (mittlere Differenz $\overline{x}$: 0.199). D.h., das Volumen scheint tatsächlich davon abzuhängen, ob man an Schizophrenie erkrankt ist. Würde ein gepaarter, einseitiger t-Test ($H_0 : \mu = 0$, $H_A : \mu > 0$) die Nullhypothese auch signifikant verwerfen?

18% (a) Nein.

√ 66% (b) Ja.

15% (c) Keine Aussage möglich.

Bei einem zweiseitigen Test besteht der Verwerfungsbereich aus zwei Bereichen: Ein Bereich, der unplausibel grosse Werte enthält und ein Bereich, der unplausibel kleine Werte enthält. Falls die Nullhypothese stimmt, ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Teststatistik in einen der Bereiche fällt jeweils 2.5%, insgesamt also 5%. Bei der einseitigen Alternative $H_A : \mu > 0$ enthält der Verwerfungsbereich nur unplausibel grosse Werte und ist deshalb von der Form $K = [c; \infty)$. Falls die Nullhypothese stimmt, ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Teststatistik in K fällt auch 5%. Der Bereich für unplausibel grosse Werte beim einseitigen Test deckt also 5% ab; der Bereich für unplausibel grosse Werte beim zweiseitigen Test deckt aber nur 2.5% ab. Deshalb ist der Bereich für unplausibel grosse Werte beim einseitigen Test grösser als der Wert für unplausibel grosse Werte beim zweiseitigen Test. Wenn die Teststatistik schon in dem relativ kleinen, "oberen" Teil des Verwerfungsbereichs des zweiseitigen Tests liegt, dann liegt sie erst recht im grösseren Verwerfungsbereich des einseitigen Tests. D.h., wenn der zweiseitige Test verwirft, verwirft der einseitige Test, der in die "richtige Richtung" (hier: $H_A : \mu > 0$) sensitiv ist erst recht. Deshalb ist in dieser Frage die Antwort "Ja" richtig. Der einseitige Test, der in die "falsche Richtung" (hier: $H_A : \mu < 0$) sensitiv ist hätte allerdings keine Chance, die signifikante Differenz zu erkennen.

85% `Korrekt`
3% `Nicht gewusst`

8. Wir wollen untersuchen, bei welchen Gene sich die Aktivität ändert, wenn wir ein neues Medikament verwenden. Dazu untersuchen wir mit einem Microarray 10.000 Gene bei fünf Patienten ohne Behandlung und sechs Patienten mit Behandlung mit dem neuen Medikament. Für alle 10.000 Gene machen wir nun einen ungepaarten, zweiseitigen t-Test mit Signifikanzniveau 5% und vergleichen die Aktivität des Gens bei den behandelten und den unbehandelten Patienten. Angenommen, das Medikament hat gar keinen Effekt (d.h. die Mittelwerte in den beiden Gruppen sind für jedes Gen in Wahrheit identisch). Wie viele Gene werden wir mit unseren 10.000 t-Tests in etwa fälschlicherweise als signifikant unterschiedlich aktiv bezeichnen?

4% (a) 0

5% (b) 50

√ 85% (c) 500

5% (d) 5000

Der t-Test mit dem Signifikanzniveau 5% hat einen Fehler 1. Art von 5% (per Definition). D.h., wenn es gar keinen Unterschied in den Mittelwerten gibt, wird der t-Test mit 5% Wahrscheinlichkeit aber doch einen signifikanten Unterschied angeben (und somit eine falsche Aussage machen). Wenn wir 10.000 t-Tests machen und bei jedem mit 5% Wahrscheinlichkeit ein (fälschlicherweise) signifikantes Ergebnis erhalten, müssen wir insgesamt mit ca. $10.000 \cdot 0.05 = 500$ fälschlicherweise signifikanten Ergebnissen rechnen. In der Statistik ist dieses Problem unter dem Begriff "multiples Testen" oder auch "Alphafehler-Kumulierung" bekannt. Es gibt verschiedene mehr oder weniger befriedigende Lösungen zu diesem Problem. Falls es Sie interessiert, schauen Sie auf Wikipedia den Begriff "Alphafehler-Kumulierung" nach.

BIOL, HST, PHARM FS 2015
Dr. M. Kalisch

MC-Quiz 11

Einsendeschluss: Sonntag, 17. Mai 2015, 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, Kapitel 5.2 besser zu verstehen.

Beteiligung	$\frac{103}{491}$	21%
Erreichbare Punktzahl	3	
Maximal erreichte Punktzahl	3	
Minimal erreichte Punktzahl	0	
Arithmetisches Mittel	2.29	

76% Korrekt
2% Nicht gewusst

1. Angenommen, die Punkte in einem Streudiagramm liegen sehr nah um eine Gerade mit Steigung 0.1 verteilt. Wie gross wird wohl die Korrelation sein?

1% (a) -0.9

1% (b) -0.1

22% (c) 0.1

√ 76% (d) 0.9

Die Korrelation ist ein Wert zwischen -1 und 1 und gibt an, wie nah die Punkte in einem Streudiagramm um eine Gerade herum gestreut sind. Wenn die Punkte sehr nahe an einer Geraden liegen, ist der Absolutbetrag nahe bei 1. Das Vorzeichen richtet sich danach, ob die Gerade positive oder negative Steigung hat. In unserem Fall ist das Vorzeichen der Korrelation also "+", weil die Steigung positiv ist. Der Absolutbetrag der Korrelation muss nahe bei 1 sein, weil in der Aufgabenstellung steht, dass die Punkte nahe um eine Gerade verteilt liegen. Der einzig mögliche Wert in der Auswahl ist daher 0.9.

90% `Korrekt`
1% `Nicht gewusst`

2. Bei der Methode der kleinsten Quadrate wird eine Gerade in eine Punktwolke gelegt, indem

√ 90% (a) die Summe der quadrierten vertikalen Abstände zwischen Gerade und Punkten minimiert wird.

8% (b) die Summe der vertikalen Abstände zwischen Gerade und Punkten minimiert wird.

2% (c) die Summe der horizontalen Abstände zwischen Gerade und Punkten minimiert wird.

0% (d) die Summe der horizontalen Abstände zwischen Gerade und Punkten minimiert wird.

66% `Korrekt`
2% `Nicht gewusst`

3. Welches der folgenden Modelle ist NICHT linear und lässt sich auch nicht durch einfache Transformationen linearisieren?

0% (a) $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i$

Leider nicht. Dieses Modell ist linear.

26% (b) $\log(y_i) = \beta_0 + \beta_1 \log(x_i) + \beta_2 \sin(x_i^2) + E_i$

Leider nicht. Dieses Modell ist linear.

√ 66% (c) $y_i = \beta_0 \exp(\beta_1 x_i) + E_i$

8% (d) $y_i = \log(\beta_0 + \beta_1 x_i + E_i)$

Leider nicht. Dieses Modell ist zwar nicht linear, aber es lässt sich (wie im Skript gezeigt) linearisieren.

Ein statistisches Modell ist dann linear, wenn es in den Koeffizienten (nicht in der erklärenden Variable) linear ist.

BIOL, HST, PHARM FS 2015

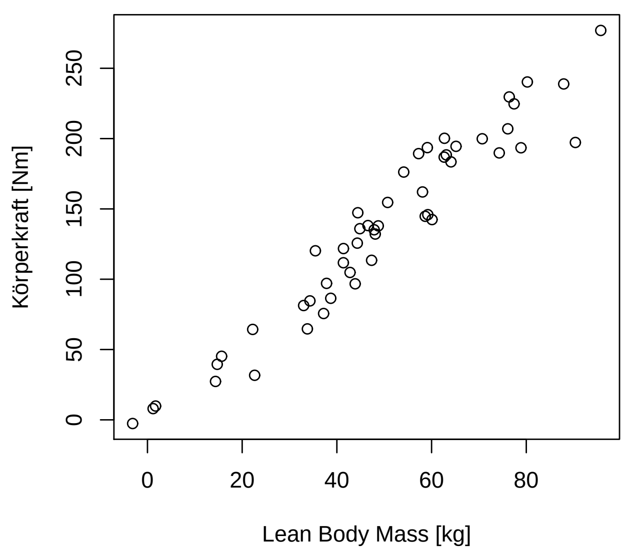
Dr. M. Kalisch

MC-Quiz 12

Einsendeschluss: Sonntag, 24.05.2015, 23:59 Uhr

Dieses Quiz soll Ihnen helfen, den `R` Output einer einfachen linearen Regression besser zu verstehen (s. Kapitel 5.4.1)

Beteiligung	$\frac{72}{491}$	15%
Erreichbare Punktzahl	8	
Maximal erreichte Punktzahl	8	
Minimal erreichte Punktzahl	2	
Arithmetisches Mittel	6.29	



Es wurden 50 Personen untersucht. Für jede Person wurde die "Lean Body Mass" (Variable `lbm`; LBM = Körpermasse ohne Fett; Einheit: kg) und die Körperkraft (Variable `strength`; maximales Drehmoment am rechten Knie, wenn Oberschenkelstrecker maximal angespannt wird; Einheit: Nm) gemessen. In einem Streudiagramm sieht man, dass Personen mit grosser LBM auch eine grosse Körperkraft aufweisen. Um diesen Zusammenhang genauer zu untersuchen, versuchen wir folgendes Modell anzupassen: $\text{strength}_i = \beta_0 + \beta_1 \text{lbm}_i + E_i$; $E_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ *i.i.d.* Mit `R` und dem Befehl "summary(lm(strength ~ lbm))" berechnen wir eine lineare Regression. Wir nehmen an, dass die Modellvorraussetzungen gut erfüllt sind. `R` liefert folgenden Output:

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
(Intercept)	-2.5221	6.1138	???	0.682
lbm	2.8080	0.1126	24.941	<2e-16 ***

Residual standard error: 18.15 on ?? degrees of freedom

97% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

1. Was ist gemäss `R` Output die Schätzung für den Parameter β_0?

√ 97% (a) -2.5221

1% (b) 2.8080

1% (c) 6.1138

0% (d) 0.1126

99% `Korrekt`
0% `Nicht gewusst`

2. Was ist gemäss `R` Output die Schätzung für den Parameter β_1?

	1%	(a)	-2.5221
√	99%	(b)	2.8080
	0%	(c)	6.1138
	0%	(d)	0.1126

78% `Korrekt`
6% `Nicht gewusst`

3. Die erwartete Kraft (genauer: das Drehmoment) für eine Person mit 50 kg Lean Body Mass ist gemäss dem geschätzten Modell:

	1%	(a)	129.45
	0%	(b)	133.49
√	78%	(c)	137.88
	21%	(d)	Kann man mit dem Output nicht berechnen.

Das Modell sagt folgenden Zusammenhang zwischen erwarteter Kraft y und Lean Body Mass x vorher: $y = -2.5221 + 2.8080 \cdot x$. Wenn $x = 50$ ist also $y = 137.88$.

81% `Korrekt`
3% `Nicht gewusst`

4. Hat LBM einen signifikanten (5% Niveau) Einfluss auf die Körperkraft?

√	81%	(a)	Ja
	19%	(b)	Nein
	0%	(c)	Keine Aussage möglich

Der p-Wert in der Zeile `lbm` ist sehr klein (kleiner als 5%). Also kann die Nullhypothese $H_0 : \beta_1 = 0$ auf dem 5% Signifikanzniveau verworfen werden. LBM hat also einen signifikanten Effekt auf die Körperkraft.

94% `Korrekt`
7% `Nicht gewusst`

5. Was ist ein approximatives zweiseitiges 95%-Vertrauensintervall für β_1? (Ist die Null enthalten? Passt diese Beobachtung zu dem p-Wert im `R` Output?)

0% (a) $-2.5221 \pm 2 * 2.8080$

4% (b) $-2.5221 \pm 2 * 6.1138$

1% (c) $6.1138 \pm 2 * 0.1126$

√ 94% (d) $2.8080 \pm 2 * 0.1126$

Ein approximatives 95%-Vertrauensintervall erhält man, indem man "Estimate" ± 2*"Std. Error" rechnet. Für β_1 ergibt das also $2.8080 \pm 2 * 0.1126$. (Die Null ist im 95%-Vertrauensintervall nicht enthalten. D.h., selbst wenn der p-Wert nicht im Output angegeben wäre, wüssten wir, dass die Nullhypothese $H_0 : \beta_0 = 0$ zu Gunsten von $H_A : \beta_0 \neq 0$ auf dem 5% Signifikanzniveau verworfen werden würde. Der p-Wert wäre also sicher kleiner als 5%.)

61% `Korrekt`
8% `Nicht gewusst`

6. Wie gross ist der beobachtete Wert der Teststatistik in einem Test $H_0 : \beta_0 = 0$ gegen $H_A : \beta_0 \neq 0$ (das ist der t-Wert / "t value" in der Zeile, die zu β_0 gehört)?

5% (a) 6.1138

6% (b) -0.682

29% (c) 24.941

√ 61% (d) -0.413

Der beobachtete Wert der Teststatistik berechnet sich aus "Estimate"/"Std. Error". In unserem Fall ist das also $\frac{-2.5221}{6.1138} = -0.413$.

71% `Korrekt`
3% `Nicht gewusst`

7. Welche Schätzung wird für σ^2 ausgegeben?

21% (a) 18.15

√ 71% (b) 18.15^2

7% (c) Kann man nicht aus dem Output ablesen.

Der "Residual Standard Error" (hier 18.15 ist der Schätzwert für σ. Also ist 18.15^2 eine Schätzung von σ^2.

72% `Korrekt`
6% `Nicht gewusst`

8. Angenommen, die "degrees of freedom" wären 10. Was wäre dann ein exaktes zweiseitiges 95%-Vertrauensintervall für β_1?

6% (a) $2.8080 \pm 2 * 0.1126$

√ 72% (b) $2.8080 \pm 2.228 * 0.1126$

22% (c) $2.8080 \pm 1.96 * 0.1126$

Ein exaktes zweiseitiges 95%-Vertrauensintervall für β_1 lässt sich mit der Formel Estimate$\pm t_{df;0.975}\cdot$Std.Error berechnen. Dabei sind *df* die "degrees of freedom", also die Anzahl Beobachtungen minus die Anzahl im Modell verwendeter βs. Da wir die "degrees of freedom" als 10 angenommen haben (eigentilch sind es 50-2 = 48), suchen wir in der Tabelle $t_{10;0.975} = 2.228$. Damit ergibt sich für das exakte zweiseitige 95% Vertrauensintervall $2.8080 \pm 2.228 * 0.1126$.