

Musterlösung Zwischenprüfung

Statistik (Biol./Pharm.) – Herbst 2012



Fragen 1-4

Angenommen, X und Y sind zwei unabhängige Zufallsvariablen mit $E[X]=0$, $E[Y]=1$, $\text{Var}(X)=1$, $\text{Var}(Y)=2$. Wie gross ist $\text{Var}(2*X - Y - 1)$? [Antwort auf zwei Nachkommastellen und Komma als Trennzeichen, z.B. 0,67. Z.B. nicht: 0.5 oder 1/2]

6,00

Angenommen, wir haben Grund zu der Annahme, dass die Daten in einer Stichprobe nicht normalverteilt sind (z.B. sehen wir eine starke Krümmung im QQ-Plot). Mit welchem Test kann man in diesem Fall die Lage der Verteilung prüfen (mit 'Lage' ist z.B. der Mittelwert oder der Median gemeint)?

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. t-Test
 - b. Vorzeichentest
 - c. z-Test

Die Wahrscheinlichkeit auf einen med. Test anzusprechen (T) gegeben man hat eine gewisse Krankheit (K) ist $P(T|K) = 0.99$. Wenn der Test bei einem Patienten positiv ist, ist die Wahrscheinlichkeit also sehr gross, dass dieser Patient die Krankheit auch wirklich hat.

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. Die Aussage ist falsch.
 - b. Die Aussage ist richtig.

Betrachte folgende Zahlen: 1,3,4,5,6,10,23. Der Median ist 5, das arithmetische Mittel (AM) ist 7.42. Wie ändert sich Median und AM, wenn man die Beobachtung 10 durch 10000 ersetzt (z.B. durch einen Tippfehler beim Eingeben der Daten)?

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. Median und AM bleiben beide gleich.
 - b. AM nimmt zu, Median bleibt gleich.
 - c. Median nimmt zu, AM bleibt gleich.
 - d. Median und AM nehmen beide zu.

Fragen 5-7

Betrachte einen Binomialtest mit $n=10$ Versuchen und $H_0: p = 0.6$, $H_A: p < 0.6$ (dabei ist 'p' die Gewinnwahrscheinlichkeit). Das Signifikanzniveau ist 1%. Wir finden als Verwerfungsbereich $K = \{0, 1\}$. Angenommen, in Wahrheit ist die Erfolgswahrscheinlichkeit $p = 0.4$. Wie gross ist die Macht des Tests, d.h., wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Test die Nullhypothese verwirft? (Im Folgenden sei $X \sim \text{Bin}(10, 0.6)$ und $Y \sim \text{Bin}(10, 0.4)$.)

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. $P(Y \leq 1)$
 - b. $P(X > 1)$
 - c. $P(X \leq 1)$
 - d. $P(X > 1)$

Bei einem Binomialtest mit einer gewissen Alternativhypothese und Signifikanzniveau α ist die Macht 0.86. Was passiert mit der Macht, wenn man genau den gleichen Test auf dem Signifikanzniveau $2 \cdot \alpha$ durchführt?

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. Die Macht bleibt tendenziell gleich.
 - b. Die Macht nimmt tendenziell zu.
 - c. Die Macht nimmt tendenziell ab.

Bei einem Binomialtest ist das Signifikanzniveau 5%. Wie gross ist die Macht des Tests?

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. 30%
 - b. 5%
 - c. 95%
 - d. Keine Aussage möglich, weil die Alternativhypothese nicht bekannt ist.

Fragen 8-10

Auf einem Microarray werden 5.000 Gene bei fünf Patienten ohne Krebs und sechs Patienten mit Krebs untersucht. Für alle 5.000 Gene machen wir nun einen ungepaarten, zweiseitigen t-Test mit Signifikanzniveau 5% und vergleichen die Aktivität des Gens bei den kranken und den gesunden Personen. Angenommen, das Medikament hat gar keinen Effekt (d.h. die Mittelwerte in den beiden Gruppen sind für jedes Gen in Wahrheit identisch). Wie viele Gene werden wir mit unseren 5.000 t-Tests in etwa fälschlicherweise als signifikant unterschiedlich aktiv bezeichnen?

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. 25
 - b. 250
 - c. 4750
 - d. 1

Angenommen ein t-Test mit der Nullhypothese $H_0: \mu = 0$ und der Alternative $H_A: \mu \neq 0$ hat die gemessenen Werte $x_1 = -0.1, x_2 = 0.4, x_3 = 0.3, x_4 = 0.5, x_5 = 0.7$. Der beobachtete Wert der Teststatistik ist $t=2.71$. Daraus ergibt sich der p-Wert $p=0.05$. Angenommen, wir haben die Messung x_4 falsch abgetippt und stellen fest, dass in Wirklichkeit gilt $x_4 = 1.3$. Wir rechnen erneut den beobachteten Wert der Teststatistik aus und erhalten nun $t = 2.23$. Ändert sich auch der p-Wert?

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. Nein, der p-Wert bleibt gleich.
 - b. Ja, der p-Wert wird kleiner.
 - c. Ja, der p-Wert wird grösser.
 - d. Ohne genauere Angaben zur Alternativhypothese ist keine Aussage möglich.

Der p-Wert eines zweiseitigen Binomialtests mit $H_0: p = 0.5$ und $H_A: p \neq 0.5$ ist 0.04. Kann man die Nullhypothese auf dem 5% bzw. 1% Signifikanzniveau verwerfen?

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. Auf dem 1%-Niveau nicht verwerfen und auf dem 5%-Niveau verwerfen.
 - b. Auf dem 1%-Niveau nicht verwerfen und auf dem 5%-Niveau nicht verwerfen.
 - c. Auf dem 1%-Niveau verwerfen und auf dem 5%-Niveau verwerfen.
 - d. Auf dem 1%-Niveau verwerfen und auf dem 5%-Niveau nicht verwerfen.

Fragen 11-12

Wir testen mit einem Binomialtest auf dem 5% Signifikanzniveau, ob ein Würfel gefälscht wurde, sodass er häufiger '6' zeigt ($H_0: p = 1/6$). Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir den Würfel als 'gefälscht' (H_0 wird verworfen) bezeichnen, wenn er in Wahrheit 'fair' (H_0 ist in Wahrheit richtig) ist?

Wählen Sie eine Antwort:

- a. Mindestens 95%.
- b. Höchstens 5%.
- c. Wenn man die genaue Form der Alternative nicht kennt, ist keine Aussage möglich.
- d. Mindestens 1/6.

Angenommen, eine Einzelmessung X_i folgt der Verteilung $N(\mu, \sigma^2_X)$. Das arithmetische Mittel $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ aus n Einzelmessungen folgt der Verteilung $N(\mu, \sigma^2_{\bar{X}_n})$. Welchen Zusammenhang gibt es zwischen der Standardabweichung einer Einzelmessung σ_X und der Standardabweichung des arithmetischen Mittels $\sigma_{\bar{X}_n}$?

Wählen Sie eine Antwort:

- a. $\sigma_{\bar{X}_n} = \sigma_X$
- b. $\sigma_{\bar{X}_n} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$
- c. $\sigma_{\bar{X}_n} = \frac{\sigma_X}{n}$

d. $\frac{\sigma_{\bar{X}_n}}{n} = \sigma_X$

e. $\frac{\sigma_{\bar{X}_n}}{\sqrt{n}} = \sigma_X$

Fragen 13-15

Eine Firma hat 100 freie Mitarbeiter. Jeder Mitarbeiter wird pro Jahr unabhängig von den anderen Mitarbeitern eine zufällige Anzahl Stunden eingesetzt. Für einen Einsatz wird ein Mitarbeiter nach dem Zufallsprinzip ausgewählt, sie werden also alle gleich behandelt. Pro freiem Mitarbeiter entstehen dadurch pro Jahr im Mittel Kosten von 400 SFr. Die Standardabweichung bei den jährlichen Kosten pro freiem Mitarbeiter ist ca. 100 SFr. Gib einen Bereich an, in dem die Gesamtkosten für alle 100 freien Mitarbeiter in einem Jahr mit ca. 95% Wa. sein werden.

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. [39 880; 40 020]
 - b. [39 800; 40 200]
 - c. [10 000; 60 000]
 - d. [38 000; 42 000]

20 zufällig ausgewählte Patienten mit Fieber werden zufällig in zwei Gruppen aufgeteilt. Die eine Gruppe (12 Personen) wird mit einem neuen Medikament behandelt. Die andere Gruppe (8 Personen) wird mit dem herkömmlichen Medikament behandelt. Es wird bei jeder Person der Rückgang des Fiebers nach einer Stunde gemessen. Wir wollen nun prüfen, ob das neue Medikament das Fieber innerhalb einer Stunde signifikant stärker senken kann und verwenden einen Zwei-Stichproben t-Test. Ist ein gepaarter oder ein ungepaarter t-Test angebracht?

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. Ungepaart.
 - b. Gepaart.
 - c. Keine Aussage möglich.

Ein Vertrauensintervall ist ein Bereich, der...

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. ... unplausible Parameterwerte enthält.
 - b. ... plausible Parameterwerte enthält.
 - c. ... unplausible Werte der Teststatistik enthält, wenn die Nullhypothese stimmt.
 - d. ... plausible Werte der Teststatistik enthält, wenn die Nullhypothese stimmt.

Fragen 16-18

Das (zweiseitige) 95%-Vertrauensintervall bei einem t-Test ist $[-0.3; 1.7]$. Würde der t-Test mit den gleichen Daten die Nullhypothese $H_0: \mu = 0$ zu Gunsten der Alternative $H_A: \mu \neq 0$ verwerfen?

- Wählen Sie eine Antwort:
- a. Nein.
 - b. Ja.
 - c. Keine Aussage möglich, weil die Macht des Tests nicht angegeben wurde.

X ist eine Zufallsvariable, die die Werte 0, 1 und 2 annehmen kann (z.B. mit dem Computer simuliert). Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist in folgender Tabelle angegeben:

x	0	1	2
P(X=x)	0.4	0.4	0.2

0,80

Wie gross ist $E(X)$? [Antwort auf zwei Nachkommastellen und Komma als Trennzeichen, z.B. 0,67. Z.B. nicht: 0.5 oder 1/2]

Angenommen, wir haben das Körpergewicht von 16 zufällig ausgewählten Personen in der Vorlesung bestimmt. Der Hersteller der Waage gibt an, dass jede Einzelmessung eine Standardabweichung von 0.2 kg hat. Wie gross ist die Standardabweichung des arithmetischen Mittels der 16 Personen [in kg]? [Antwort auf zwei Nachkommastellen und Komma als Trennzeichen, z.B. 0,67. Z.B. nicht: 0.5 oder 1/2]

0,05

Fragen 19-20

X ist eine Zufallsvariable, die die Werte 0, 1 und 2 annehmen kann (z.B. mit dem Computer simuliert). Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist in folgender Tabelle angegeben:

x	0	1	2
$P(X=x)$	0.4	0.4	0.2

Was ist $P(X \leq 1)$? [Antwort auf zwei Nachkommastellen und Komma als Trennzeichen, z.B. 0,67. Z.B. nicht: 0.5 oder 1/2]

0,80

Die odds für das Ereignis B sind $\text{odds}(B) = 2$. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis B eintritt? [Antwort auf zwei Nachkommastellen und Komma als Trennzeichen, z.B. 0,67. Z.B. nicht: 0.5 oder 1/2]

0,67