

Serie 11

1. Die folgende Aufgabe ist eine ehemalige Prüfungsaufgabe aus der Prüfung vom Sommer 2008.

Der Sportschuh-Hersteller Hypatia AG, offizieller Ausrüster des syldawischen olympischen Teams, will das beste Material für die bevorstehenden olympischen Spiele zur Verfügung stellen. Dazu lässt der Hersteller die neuesten beiden Schuh-Kreationen, "SpeedShoe" und "Lightning", von zehn syldawischen Athleten auf einer 400m-Bahnrunde testen, wobei jeder Athlet zuerst mit dem einen (zufällig gewählten) Modell läuft und dann mit dem anderen. Die Kennzahlen der gemessenen Zeiten sind wie folgt:

SpeedShoe	\bar{x}	=	46.02	$\hat{\sigma}_x$	=	1.56
Lightning	\bar{y}	=	46.24	$\hat{\sigma}_y$	=	1.52
Differenz	$\bar{x} - \bar{y}$	=	-0.22	$\hat{\sigma}_{x-y}$	=	0.26

Sie dürfen davon ausgehen, dass die Rundenzeiten durch unabhängige $\mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$ - resp. $\mathcal{N}(\mu_y, \sigma_y^2)$ - verteilte Zufallsvariablen beschrieben werden können.

Es soll nun getestet werden, ob das Modell "SpeedShoe" zu besseren Leistungen verhilft als das Modell "Lightning".

- a) Handelt es sich hier um einen gepaarten oder einen ungepaarten Test? Begründen Sie kurz.
 - b) Führen Sie einen einseitigen t -Test auf dem 5%-Niveau durch.
 - c) Geben Sie ein einseitiges 95%-Vertrauensintervall an für die Differenz $\mu_x - \mu_y$.
2. Wir bohren ein Loch in einen Permafrostboden. In den Tiefen von 0, 0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 0.9, 1.2 und 6 m messen wir die Bodentemperatur. Diese könnte im Sommer folgende Werte haben: 6, 4.2, 0.6, -2.1, -5.2, -7.3, -8.9 und 15°C.

Als Hilfe sind bei den Unteraufgaben die R Befehle angegeben.

R-Hinweise: jeweils .. durch korrekte Werte ersetzen!

- a) Zeichne ein Streudiagramm der Temperatur in Abhängigkeit der Tiefe. Was fällt Dir bei diesen Daten auf? Gib (zwei) mögliche Interpretationen der Daten.


```
> tiefe <- c(..); temp <- c(..)
> plot(tiefe, temp, main="Streudiagramm")
```
- b) Berechne die empirische Korrelation der Daten ohne den Ausreisser und vergleiche sie mit derjenigen aller Daten ($\rho = 0.6$).


```
> tiefe0A <- tiefe[-..]; tempoA <- temp[-..] # 1 Beobachtung weglassen
> cor(..,..)
```
- c) Passe eine Gerade an die Daten an. (Schätze den Achsenabschnitt β_0 und die Steigung β_1 nach der Methode der kleinsten Quadrate und zeichne die Gerade in das Streudiagramm ein.) Lasse dann den Ausreisser weg und schätze die Gerade mit den übrigen Daten.


```
> fit1 <- lm(temp ~ tiefe) # Lineares Modell anpassen
> fit2 <- lm(tempoA ~ tiefe0A) # Lineares Modell anpassen ohne Ausreisser
> ## Regressionsgerade fuer fit1 zeichnen mit gestrichelter Linie
> abline(fit1, lty=2)
> abline(fit2) # Regressionsgerade fuer fit2 zeichnen
```
- d) Könnte die Steigung auch 0 sein? Teste $H_0 : \beta_1 = 0$ gegen $H_A : \beta_1 \neq 0$ mit und ohne Ausreisser.


```
> summary(fit1) # Regressions-Output fuer fit1 ausgeben
> summary(fit2)
```

Besprechung: Donnerstag, December 01.

Abgabe: Übung nicht abgeben - wird nicht korrigiert.