

## Übungsserie 11

1. Ein Photoapparat wird bezüglich Präzision der Verschlusszeiten untersucht. Bei einer Versuchseinstellung von 8 Millisekunden ergaben sich folgende Werte (in Millisekunden):

Versuchsnummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Verschlusszeit $X$	8.55	8.17	7.91	8.71	10.89	8.38	8.24	7.99	7.82

Das Mittel der Stichprobe  $\bar{x}$  beträgt 8.52, die Standardabweichung  $s_x = 0.937$ .

Kann man anhand dieser Daten sagen, dass die Verschlusszeit sich signifikant von 8 Millisekunden unterscheidet?

- a) Führe einen t-Test auf dem Niveau  $\alpha = 0.05$  durch. Formuliere explizit:
- Modellannahmen
  - Nullhypothese
  - Alternative
  - Teststatistik
  - Verwerfungsbereich.
- b) Interpretiere das Testergebnis in Worten.
- c) Liegt  $\mu = 8$  im 95%-Vertrauensintervall für den Erwartungswert  $\mu$  der Verschlusszeit?
- d) Wir nehmen nun an, dass wir die wahre Streuung kennen und sie  $\sigma = 0.4$  beträgt. Was ändert sich gegenüber a)? Führe nun den Test unter Berücksichtigung dieser Änderungen noch einmal durch.

2. Eine Firma behauptet, dass die mittlere Abweichung ihrer 10-Fuss Stahlträger 0.012 Zoll sei. Jemand kontrolliert eine Stichprobe von 10 Trägern und misst die folgenden Abweichungen:

0.0132, 0.0138, 0.0108, 0.0126, 0.0136, 0.0112, 0.0116, 0.0127, 0.0124, 0.0131 .

Wir nehmen an, dass die Messungen  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ -verteilt sind mit unbekanntem Parameter  $\mu$  und  $\sigma^2$ .

- a) Teste auf dem 5%-Niveau die Nullhypothese  $\mu = 0.012$  gegen die Alternative  $\mu > 0.012$ .

Wir idealisieren nun die Situation und nehmen an, dass  $\sigma = 0.001$  bekannt sei, sodass wir mit der Normal- statt der t-Verteilung arbeiten können.

- b) Bestimme den Verwerfungsbereich des Tests  $\mu = 0.012$  gegen die Alternative  $\mu > 0.012$ .
- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers 2. Art für den in b) bestimmten Test, wenn der wahre Wert  $\mu = 0.0125$ ,  $\mu = 0.013$  bzw.  $\mu = 0.014$  ist.
- d) Wenn man den Stichprobenumfang von  $n = 10$  auf  $n = 20$  erhöht, wie verändern sich dann die Wahrscheinlichkeiten von Aufgabe c) qualitativ? Wie steht es, wenn man  $n = 10$  belässt und  $\alpha$  von 5% auf 1% reduziert?

3. Ein Grossverteiler kauft bei einem regionalen Händler 2t Galia-Melonen ein. Der Händler garantiert dem Grossverteiler, dass maximal 4% der Melonen faul seien. Zur Kontrolle entnimmt der Grossverteiler zufällig 50 Melonen und untersucht, ob die Aussage des Händlers stimmt.
- Welche Verteilung eignet sich, um die Anzahl fauler Melonen unter den 50 untersuchten Melonen zu beschreiben? Welche Annahmen werden mit diesem Modell implizit gemacht.
  - Angenommen, unter den 50 Melonen befinden sich 4 faule. Hat der Händler über die Qualität seiner Melonen gemogelt? Formulieren Sie eine angemessene Nullhypothese und eine Alternative. Berechnen Sie für ein Signifikanzniveau von 5% den Verwerfungsbereich und führe den Test durch.
  - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers 2. Art für die Nullhypothese  $p = 4\%$  gegen die Alternative  $p = 10\%$ ? Welche Konsequenzen sind daraus zu ziehen?

Um die Rechnungen zu erleichtern, sind unten die kumulativen Verteilungsfunktionen  $P(X \leq k)$  für die Binomialverteilung mit  $p = 0.04$  bzw.  $p = 0.1$  und  $n = 50$  angegeben.

k	0	1	2	3	4	5	6	...
p=0.04	0.130	0.400	0.677	0.861	0.951	0.986	0.996	...
p=0.1	0.005	0.034	0.112	0.250	0.431	0.616	0.770	...

**Abgabe:** Bis Mittwoch, den 4. Februar, 13 Uhr, im Fach der/des entsprechenden Assistentin/Assistenten im HG E18.1.

**Präsenz:** Montag: 12-13, LEO C12.1.