

Übung 4

1. Du hast bei der Firma TROTTIKURIER eine Massensendung aufgegeben und willst nun herausfinden, welcher Anteil der Briefe noch am selben Tag angekommen ist. Eine telefonische Umfrage ergibt, dass dies bei 35 von 60 zufällig ausgewählten Zustelladressen der Fall war.
 - a) Gib eine Schätzung für den Anteil der Briefe, die noch am gleichen Tag angekommen sind.
 - b) Du willst zuerst ein Vertrauensintervall bestimmen, aber Du hast kein geeignetes Programm dafür und Deine Tabelle reicht nicht aus. Du gehst deshalb pragmatisch vor, indem Du ein Näherungsverfahren suchst, bei dem anstelle der Binomialverteilung eine Normalverteilung verwendet wird, und damit das 95%-Vertrauensintervall berechnest.
 - c) Du fühlst Dich unsicher und bestimmst das VI zusätzlich mit dem Nomogramm nach Clopper & Pearson.
 - d) TROTTIKURIER behauptet, sie hätte höchstens einen Drittel der Briefe erst am nächsten Tag liefern können und Du fragst Dich, ob Deine Beobachtung schon zum Verwerfen dieser Hypothese (auf dem 5%-Niveau) führt. Handelt es sich hierbei um einen einseitigen oder einen zweiseitigen Test? Um den Test nicht durchrechnen zu müssen, schaust Du Dir Dein Resultat in b) nochmals an. Was schliesst Du daraus? (*Kurz begründen!*)
 - A: Du kannst die Hypothese verwerfen.
 - B: Du kannst die Hypothese nicht verwerfen.
 - C: Aus dem Resultat von b) kannst Du nicht direkt bestimmen, ob die Hypothese verworfen wird oder nicht.

2. Eine automatische Kamera hält die Fahrzeuge fest, die eine bestimmte Verkehrsampel während der Rotphase passieren. Die Zusammenstellung der Daten für die letzten 10 Tage ergab:

| | | | | | | | | | | |
|-------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Anzahl bei "rot" | | | | | | | | | | |
| passierende Fahr- | 1 | 5 | 0 | 1 | 2 | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| zeuge pro Tag | | | | | | | | | | |

Wir fassen diese Daten als Realisationen einer Stichprobe (X_1, X_2, \dots, X_n) auf; dabei bezeichnet X_i die Anzahl der bei "rot" passierenden Fahrzeuge am i -ten Tag.

 - a) Berechne \bar{x} und s^2 .
 - b) Vergleiche die numerischen Werte \bar{x} und s^2 ; welcher Verteilungstyp könnte den obigen Daten zugrunde liegen?
 - c) Schätze die oder den Parameter dieser Verteilung.
 - d) Berechne das 95%-Vertrauensintervall für den Parameter λ zuerst nach der exakten Methode und anschliessend mit der Näherung durch die Normalverteilung.

3. Ein Photoapparat wird bezüglich Präzision der Verschlusszeiten untersucht. Bei einer Versuchseinstellung von 8 Millisekunden ergaben sich folgende Werte (in Millisekunden):

| | | | | | | | | | |
|--------------------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|
| Versuchsnummer | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Verschlusszeit X | 8.55 | 8.17 | 7.91 | 8.71 | 10.89 | 8.38 | 8.24 | 7.99 | 7.82 |

Das Mittel der Stichprobe \bar{x} beträgt 8.52, die Standardabweichung $s_x = 0.937$.

Kann man anhand dieser Daten sagen, dass die Verschlusszeit sich signifikant von 8 Millisekunden unterscheidet?

- a) Führe einen t-Test auf dem Niveau $\alpha = 0.05$ durch. Formuliere explizit:
 - Modellannahmen
 - Nullhypothese
 - Alternative
 - Teststatistik
 - Verwerfungsbereich.
- b) Interpretiere das Testergebnis in Worten.
- c) Liegt $\mu = 8$ im 95%-Vertrauensintervall für den Erwartungswert μ der Verschlusszeit?
- d) Wir nehmen nun an, dass wir die wahre Streuung kennen und sie $\sigma = 0.4$ beträgt. Was ändert sich gegenüber a)? Führe nun den Test unter Berücksichtigung dieser Änderungen noch einmal durch.

4. An elf Versuchstieren werden gleichzeitig zwei Hautsalben erprobt (linke, bzw. rechte Körperseite). Ausgezählt werden die nach der Behandlung pro Flächeneinheit vorgefundenen Bakterien. Die Salben gelten als gleichwertig. Ist die Hypothese haltbar ?

| | | | | | | | | | | | |
|-------|----|------|----|------|----|----|------|----|----|----|------|
| Salbe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| A | 31 | 28.5 | 29 | 31 | 31 | 26 | 30.5 | 28 | 35 | 36 | 31 |
| B | 32 | 27 | 27 | 28.5 | 28 | 23 | 27 | 32 | 31 | 31 | 25.5 |

- a) Es handelt sich hier um verbundene (gepaarte) Stichproben. Erkläre *kurz* wieso!
- b) Man geht üblicherweise davon aus, dass die Differenzen normalverteilt sind; prüfe unter dieser Annahme die Hypothese auf dem 5%-Niveau.
- c) Gib die 95%-Vertrauensintervalle für die pro Flächeneinheit erwarteten Bakterien für die Salben A und B an (Nimm wieder an, dass die Daten normalverteilt sind).
- d) Bei nur 11 Differenzen ist es schwierig zu sagen, ob die Daten normalverteilt sind. Kontrolliere deshalb die Aussage aus Teil a) indem du einen Test suchst, der ohne diese Annahme auskommt. Was wählst du und zu welchem Schluss kommst du?
- e) Wir möchten nun testen, ob Salbe B besser ist als Salbe A. Wie lautet jetzt die Nullhypothese, Alternative, das t_α -Quantil und die Testentscheidung aus b)?

Vorbesprechung: Freitag, 12.12.2003 in der Übungsstunde

Abgabe: Donnerstag, 18.12.2003 in der Vorlesung

Präsenz: Montag, 12-13 Uhr im LEO C12.1