Schriftliche Prüfung
(120 Minuten)

Bemerkungen:

- Alle schriftlichen Hilfsmittel und ein Taschenrechner sind erlaubt.
- Mobiltelefone sind auszuschalten!
- Die Prüfung besteht aus insgesamt **20 Aufgaben**.
- Markieren Sie Ihre Antworten auf dem beiliegenden **Antwortblatt**.
- Verweilen Sie nicht zu lange bei einem Aufgabenteil, der Ihnen grosse Schwierigkeiten bereitet!
- Jede Aufgabe besteht aus mehreren Aussagen. Pro Aufgabe kann keine, eine oder mehrere Aussagen richtig sein.
- Für jede Aussage gibt es 1 Punkt, wenn sie korrekt markiert wird. 1 Punkt wird abgezogen, wenn eine Aussage falsch markiert wird. Wenn eine Aussage nicht markiert wird, gibt es keinen Punkt, es wird aber auch kein Punkt abgezogen. Die Punkte werden über die gesamte Prüfung summiert.

Viel Erfolg!

I. Binomialverteilung und -test

1. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Ein fairer achtseitiger Würfel (mit Augenzahlen 1 bis 8) wird 126 mal unabhängig voneinander geworfen. M ist die Zufallsvariable, die die Anzahl Würfe mit Augenzahl 3 beschreibt. M kann gut durch eine Binomialverteilung mit $n = 126$ und $p = 0.125$ modelliert werden.

b) Eine Binomialverteilung mit $n = 7$ und Erwartungswert 0.7 kann gut durch eine Normalverteilung approximiert werden.

c) Die Auskunftszentrale der Swisscom will die Anzahl Anrufe pro Stunde mit einer Poissonverteilung modellieren. Durchschnittlich rufen 1324 Personen pro Stunde an. Die Anzahl Anrufe pro Stunde kann dann als $Pois(\lambda = 1/1324)$ modelliert werden.

d) Wenn X exponentialverteilt ist, dann gilt $P(X = 1) > 0$.

2. Angenommen $X \sim \text{Bin}(n = 15, p = 0.2)$. Dann gilt ...

a) $\text{Var}(X) = 2.4$.

b) $\text{E}[X] = 3$.

c) $\text{P}(X = 3) = 0.25$.

d) $\text{P}(X \geq 14) = 0.01$.

3. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Ein Hedgefond prüft mit einem Binomialtest, ob die Erfolgsrate einer neuen Strategie Z besser als 0.5 ist. Die Händler maximieren die Macht, wenn sie die Alternative $H_A : p \neq 0.5$ wählen.

b) Wir führen einen Binomialtest mit $H_0 : p = 0.5$ und $H_A : p > 0.5$ durch. Gegeben sind $n = 30$ Datenpunkte X_i, $i = 1, \ldots n$, die alle unabhängig voneinander Bernoulli verteilt sind. Wir berechnen die Teststatistik $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ als $T = 26$. Der P-Wert berechnet sich dann als $P_{H_0}(T \geq 26)$.

c) Ein fairer Würfel (mit Augenzahlen 1 bis 6) wurde 100-mal geworfen und hat 53 mal eine Augenzahl kleiner als 4 angezeigt. Wir führen einen Binomialtest mit diesen Daten durch (X: Anzahl Würfe mit Augenzahl kleiner als 4; $H_0 : p = 0.5, H_A : p > 0.5$). Der P-Wert ist dann kleiner als 1%.

d) Ein zweiseitiger Binomialtest kann gut verwendet werden (bei hinreichend grosser Macht), um zu testen, ob die Erfolgswahrscheinlichkeit nahe bei 0 oder 1 ist.

4. Wir möchten einen Binomialtest mit dem Modell $X \sim Bin(n = 11, p)$, $H_0: \; p = 0.4$ und $H_A: \; p < 0.4$ auf dem 5% Signifikanzniveau durchführen.

a) Der Verwerfungsbereich für die Teststatistik ist K$= \{0, 1\}$.

b) Der Verwerfungsbereich ist in diesem Fall definiert als K$= \{c, ..., 11\}$, wobei c die kleinste ganze Zahl ist, so dass $\mathrm{P}_{H_0}(X \in \{c, ..., 11\}) \leq 5\%$

c) Wenn man den Test auf dem 1% Signifikanzniveau durchführt, wird der Verwerfungsbereich gleich viele oder weniger (aber nicht mehr) Elemente enthalten.

d) Angenommen der Verwerfungbereich für die Anzahl Erfolge ist $K = \{8, 9, 10, 11\}$ und wir beobachten sieben Erfolge. Damit ist bewiesen, dass die Nullhypothese stimmt.

5. Bei einem Binomialtest $(n = 10, \alpha = 0.05)$, mit $H_0 : p = 0.5$ und $H_A : p < 0.5$ wurde der Verwerfungsbereich $K = \{0, 1\}$ konstruiert.

a) Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler erster Art ist kleiner gleich 0.05.

b) Wenn wir nun die Alternativhypothese als $H_A : p = 0.2$ festlegen, dann ist die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler zweiter Art 0.62.

c) Angenommen die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler zweiter Art ist 0.32, dann ist die Macht des Tests 0.68.

d) Die Macht für die Alternative $H_A: \; p = 0.3$ ist grösser als die Macht für die Alternative $H_A: \; p = 0.2$.

II. t-Test

6. Die Pharmafirma Sitravon testet ein neues Blutdruckmedikament auf seine Wirkung. Dazu wird der Blutdruck von 93 Testpersonen vor Einnahme und nach Einnahme des Medikaments gemessen. Nachfolgend sehen sie eine Tabelle mit den Testergebnissen. Jede Spalte entspricht einem Patienten, mit den Zeilen *Vorher* (Blutdruck vor Einnahme des Medikamentes) und *Nachher* (Blutdruck nach Einnahme des Medikamentes).

	Patient 1	Patient 2	Patient 3	...	Patient 93
Vorher	103	100	116	...	115
Nachher	104	96	115	...	111
Differenz	-1	4	1	...	4

Wir nehmen nun an, dass die Differenzen D des Blutdrucks vor und nach Einnahme des Medikaments (D=Vorher-Nachher) unabhängig voneinander und normalverteilt mit Erwartungswert μ_D und Standardabweichung σ_D sind. Aus den Daten wurden $\hat{\mu}_D = \bar{D} = 3.87$ und $\hat{\sigma}_D = s_D = 2.01$ geschätzt.

Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Es handelt sich um gepaarte Stichproben.

b) Bei einem ungepaarten t-Test müssen die Stichprobengrössen in beiden Gruppen ungleich sein.

c) Der gepaarte t-Test setzt im Vergleich zum ungepaarten t-Test nicht voraus, dass die einzelnen Messungen (Patienten) voneinander unabhängig sind und wird deshalb oft in medizinischen Studien verwendet.

d) Der gepaarte t-Test setzt voraus, dass die Messungen *Vorher* und *Nachher* jeweils die gleiche Standardabweichung haben.

7. Wir führen einen gepaarten t-Test mit den Daten aus Aufgabe 6 auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ durch.

a) Wir legen den Test folgendermassen an: $H_0: \ \mu_D = 0, H_A: \ \mu_D > 0$. Die Wahrscheinlichkeit, dass wir schliessen können, dass das Medikament den Blutdruck senkt, ist so am grössten.

b) Der beobachtete Wert der Teststatistik ist 18.47.

c) Unter H_0 folgt die Teststatistik einer t_{92}-Verteilung.

d) Angenommen das 95%-Vertrauensintervall für μ_D ist $[0.05, \infty)$, dann wird die Nullhypothese ($H_0 : \mu_D = 0$) auf dem 5%-Signifikanzniveau verworfen.

8. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Wir berechnen zuerst ein Vertrauensintervall basierend auf dem z-Test, dann berechnen wir mit den gleichen Daten ein Vertrauensintervall des t-Tests. Dieses ist immer grösser als das erste Intervall da wir beim t-Test noch die Varianz schätzen müssen und deshalb eine zusätzliche Unsicherheit haben.

b) Angenommen ein t-Test liefert einen P-Wert, der es uns erlaubt, die Nullhypothese auf dem 1%-Signifikanzniveau zu verwerfen. Wir können die Nullhypothese also in jedem Fall auch auf dem 0.5%-Signifikanzniveau verwerfen.

c) Ein exaktes zweiseitiges 99%-Vertrauensintervall für μ_D aus Aufgabe 6 ist $[3.46, 4.28]$. (Benütze zur Berechnung das Quantil 2.63.)

d) Bei einem Einstichproben t-Test ($H_0 : \mu = 1, H_A : \mu > 1$, 23 Beobachtungen insgesamt) ist der beobachtete Wert der Teststatistik 1.3. Dann ist der P-Wert etwa 10%.

9. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Beim z-Test muss die Standardabweichung der Daten nicht bekannt sein. Sie kann auch geschätzt werden.

b) Angenommen das 95%-Vertrauensintervall für μ_d ist $[1.6, 3.2]$. Der entsprechende t-Test ($H_0 : \mu_d = 2, H_A : \mu_d \neq 2$) würde auf dem 1%-Signifikanzniveau die Nullhypothese verwerfen.

c) Der P-Wert des zweiseitigen z-Tests ist immer grösser als der P-Wert des ensprechenden zweiseitigen t-Tests, wenn $\hat{\sigma}(\text{t-test}) = \sigma(\text{z-test})$.

d) Beim t-Test muss die Verteilung der Daten nicht im Voraus bekannt sein.

III. Lineare Regression

10. Durch die Aufforstung von Waldstücken kann deren Holzertrag erhöht werden. Es wird versucht, den Ertrag (in m^3 Holz pro Hektar (ha) Waldfläche) aus 35 Waldstücken in Abhängigkeit der geleisteten Aufforstung (in Arbeitsstunden) als Regression zu beschreiben. Folgendes Modell wird angepasst:

$$\text{ertrag}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{aufforstung}_i + \varepsilon_i, \qquad \varepsilon_i \overset{\text{iid}}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma^2).$$

Der (unvollständige) Regressionsoutput sieht wie folgt aus:

```
Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-14.312  -3.666  -0.486   3.986  14.653

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  10.4653     3.1174     ???     ???
aufforstung   0.7964        ???   12.13    1e-13 ***
---
0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 6.62 on ?? degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.817,       Adjusted R-squared:  0.811
```

Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Der residual standard error wurde mit 34 Freiheitsgraden berechnet.

b) Der Effekt von β_0 ist signifikant auf dem 1%-Niveau.

c) Der geschätzte Standardfehler des Parameters $\hat{\beta}_1$ ist 9.7.

d) Angenommen Null ist nicht im 95%-Vertrauensintervall für β_0 enthalten, dann kann $H_0 : \beta_0 = 0$ auf dem 5%-Signifikanzniveau verworfen werden.

11. Mit Hilfe des Modells aus Aufgabe 10 wollen wir nun Vorhersagen machen. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

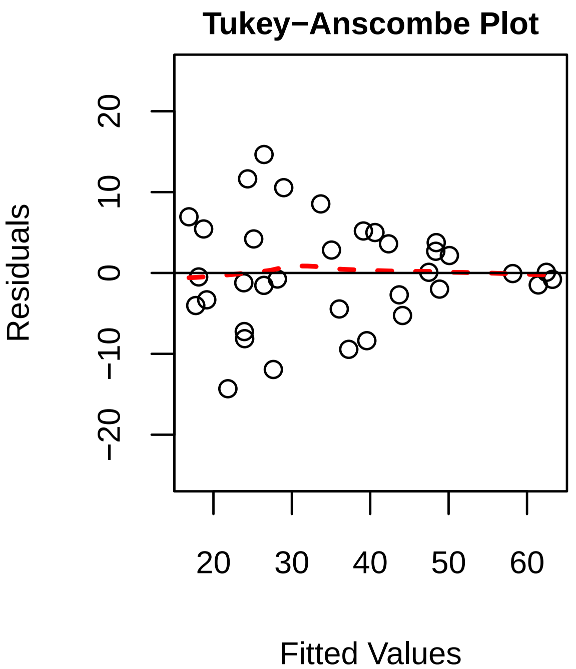
a) Angenommen man hat mit dem Modell einen erwarteten Ertrag von $67 \frac{m^3}{ha}$ vorhergesagt, dann hat man etwa 71 Stunden aufgeforstet.

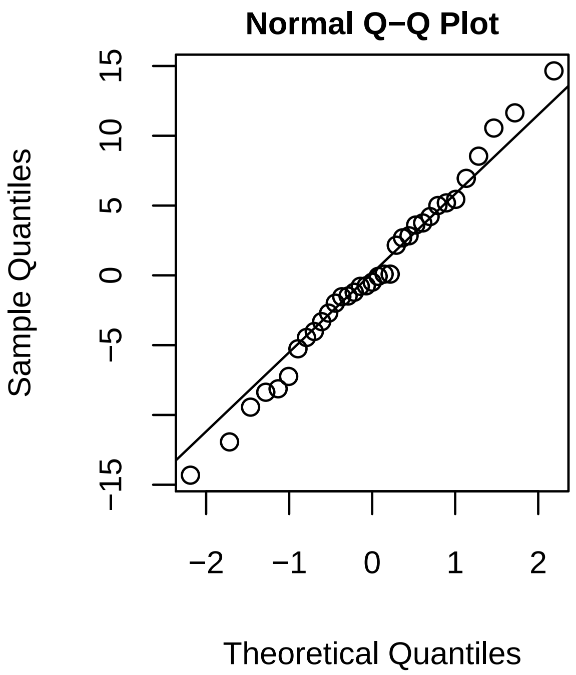
b) Falls man für ein Waldstück keine Zeit zum Aufforsten hatte, dann hat man trotzdem einen erwarteten Ertrag von etwa $10.5 \frac{m^3}{ha}$.

c) Angenommen wir hätten ein 95%-Vorhersageintervall [67.6, 78.2] (in $\frac{m^3}{ha}$) für den erwarteten Ertrag bei einer Aufforstung von 80 Stunden. Das bedeutet, wenn wir 80 Stunden Aufforstung pro Hektar investieren, dann können wir mit 95% Wahrscheinlichkeit mit einem Ertrag von 67.6 bis $78.2 \frac{m^3}{ha}$ rechnen.

d) Das 95%-Vorhersageintervall aus Teilaufgabe c) beschreibt den Bereich, in welchem sich der erwartete Ertrag bei einer Aufforstung von 80 Stunden mit 95% Wahrscheinlichkeit befindet.

12. Betrachten Sie die nachfolgenden Plots, welche die Residuen aus dem Regressionsmodell der Aufgabe 10 zeigen.





Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Die Residuen sind langschwänzig verteilt. Die Normalitätsannahme ist verletzt.

b) Die Fehlervarianz ist konstant.

c) Der Erwartungswert der Residuen ist in etwa 0.

d) Angenommen wir nehmen den logarithmierten Wert der geleisteten Aufforstung als erklärende Variable ($\text{ertrag}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot \log(\text{aufforstung}_i) + \epsilon_i$), dann ist dieses Regressionsmodell kein lineares Modell.

IV. Gemischte Fragen

13. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Sei $E(X) = 7$ und $E(Y) = 2$, wobei X und Y unabhängig sind. Dann gilt $E[4Y - 2X + 5] = -1$.

b) Sei $Var(X) = 4$ und $Var(Y) = 3$, wobei X und Y unabhängig sind. Dann gilt $Var(4Y - 2X + 5) = 64$.

c) Sei $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ verteilt mit $\mu = 7$ und $\sigma^2 = 12$. Dann gilt $Var((X - 5)/6) = 1/3$.

d) Wir schätzen die Korrelation zwischen zwei Zufallsvariablen M und N und erhalten einen starken linearen Zusammenhang. Wir können also davon ausgehen, dass M der Verursacher von N ist (oder umgekehrt, je nach Bedeutung von M und N).

14. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Es seien $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.6$ und $P(A \cap B) = 0.2$. Dann gilt $P((A \cup B)^c) = 0.2$.

b) Angenommen A und B sind unabhängig. Wenn $P(A) = 0.2$ und $P(B) = 0.4$, dann gilt $P(A \cap B) = 0.8$.

c) Angenommen für die Ereginisse A und B mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$ gilt $P(A|B) > P(B|A)$. Dann können wir daraus schliessen, dass $P(A) > P(B)$.

d) Mit 90% Wahrscheinlichkeit erhält eine Frau ohne Brustkrebs ein negatives Testresultat und mit 80% Wahrscheinlichkeit erhält eine Frau mit Brustkrebs ein positives Testresultat. Angenommen die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau Brustkrebs hat, ist 1%. Nun hat eine Frau bei einer Mammographie ein positives Testresultat erhalten. Dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie wirklich an Brustkrebs leidet, ungefähr 7.5%.

15. Es sei Z eine Zufallsvariable und es gilt $Z \sim \mathcal{N}(2, 4)$.

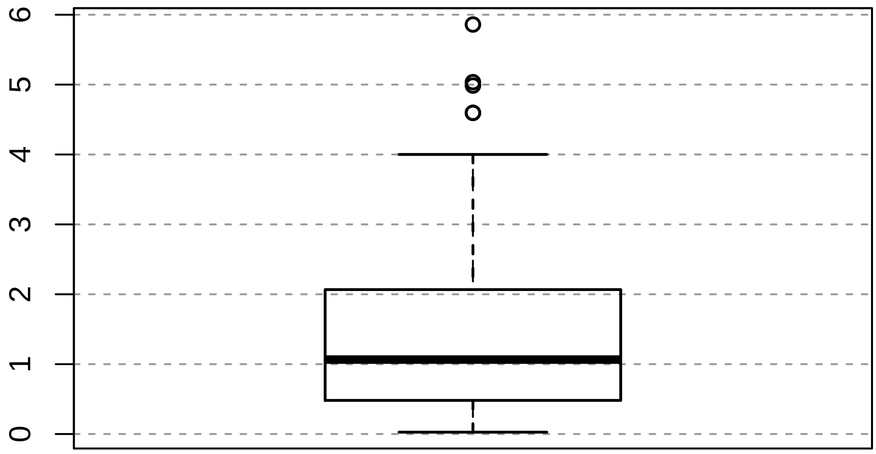
a) $P(Z \leq -1) = P(Z > 5)$.

b) Die Zufallsvariable $\frac{Z-2}{4}$ ist $\mathcal{N}(0, 1)$-verteilt.

c) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zufallszahl z (eine Realisierung der Zufallvariable Z) zwischen 0 und 4 liegt ist etwa 95%.

d) Die Wahrscheinlichkeitsdichte von Z ist $f_Z(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \exp\left(-(x-2)^2/8\right)$.

16. Betrachten Sie den nachfolgenden Boxplot.



Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Die Interquartilsdistanz (engl. IQR) beträgt 2.
b) Werte grösser als 4 sind eher untypisch für diese Daten.
c) Die Daten sind rechtsschief verteilt.
d) Bei diesen Daten sind der Median und der Mittelwert gleich.

17. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

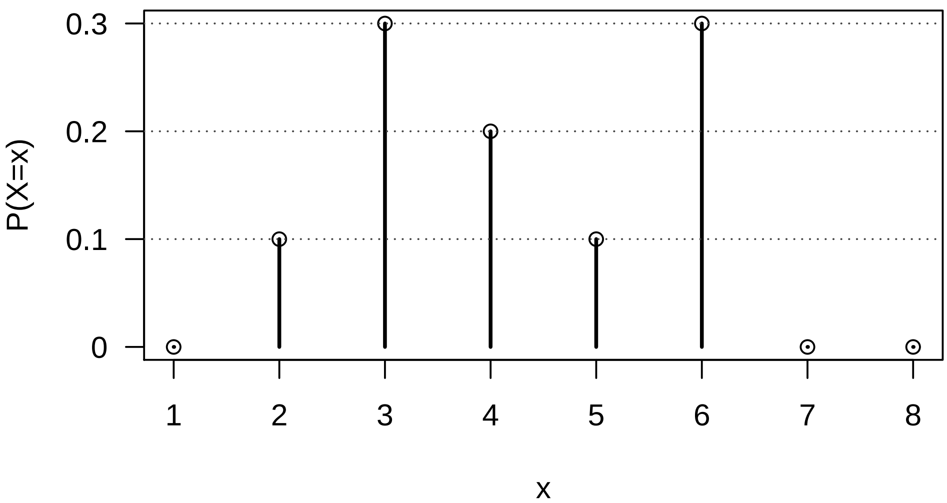
a) Eine Poisson verteilte Zufallsvariable kann nur diskrete aber unendlich viele Werte annehmen.
b) Im Allgemeinen gilt für $X \sim Pois(\lambda_1)$ und $Y \sim Pois(\lambda_2)$ immer, dass $X + Y \sim Pois(\lambda_1 + \lambda_2)$.
c) Die Anzahl Tore, welche bei einem Fussballmatch fallen, kann gut mit einer Poissonverteilung beschrieben werden.
d) Angenommen $X \sim Pois(1)$ und $Y \sim Pois(1)$ sind zwei unabhängige Zufallsvariabeln, dann folgt die Wahrscheinlichkeit $P(X_1 = x_1 | X_1 + X_2 = k)$ einer Binomialverteilung mit Erfolgswahrscheinlichkeit $\pi = 1/2$ und mit $n = k$ Versuchen.

18. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

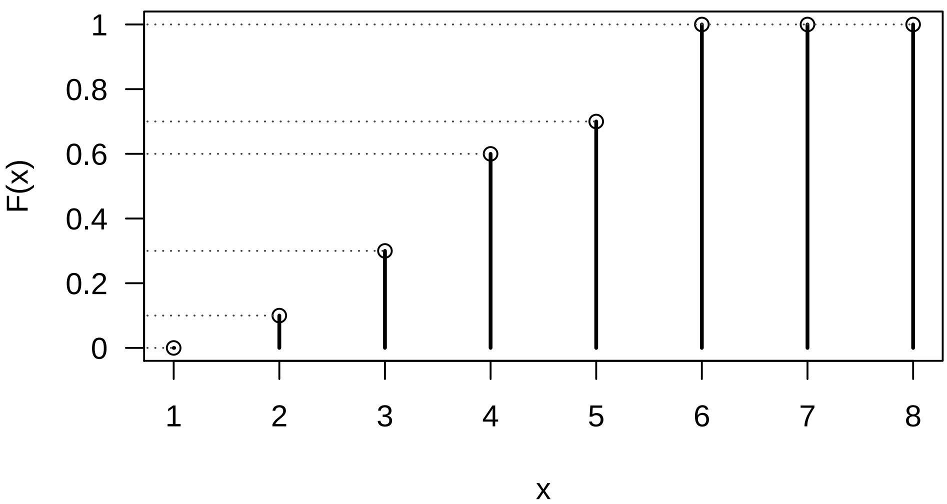
a) Das 40%-Quantil der Zahlenmenge $\{3, 1, 207, 18, 7, 1, 138, 34, 119\}$ ist 7.

b) Für eine diskrete Zufallsvariable Y mit Werten in $\{0, 1, ..., 6\}$ gilt $P(Y \geq 1) = 1 - P(Y \leq 1)$.

c) Der Erwartungswert einer Zufallsvariable X mit nachfolgenden Wahrscheinlichkeiten ist 4.2.



d) Die kumulative Verteilungsfunktion $F(x)$ zu obiger Zufallsvariable X aus Teilaufgabe c) ist in folgendem Plot gegeben:



19. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Das $\alpha-$Quantil der stetigen Uniformverteilung auf $[0,1]$ ist α.

b) Wenn $X \sim t_9$, dann ist $P(X \leq -2.7)$ gleich gross wie $P(X \geq 2.7)$.

c) Falls $X \sim \mathcal{N}(0,1)$, dann ist $P(X = x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$.

d) $P(X \leq 1) = 0.6$, falls die Zufallsvariable X die folgende Dichtefunktion hat:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0.1 & -3 \leq x < 0 \text{ und } 2 \leq x < 4 \\ 0.3 & 0 \leq x < 1 \\ 0.2 & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

20. Beurteilen Sie die folgende Aussagen.

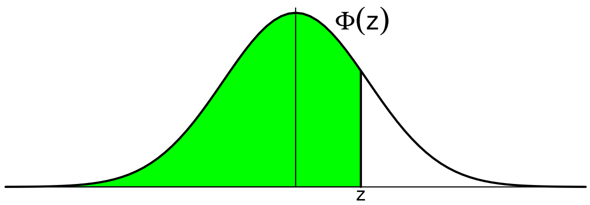
a) Wenn $odds(F) = 3$, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis F eintritt, 1/3 so gross wie die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis F nicht eintritt.

b) Ein Gefangener erhält eine letzte Chance, seinem Todesurteil zu entkommen. Er erhält zwei Urnen, 50 weisse Kugeln und 50 schwarze Kugeln. Er muss alle Kugeln beliebig in die Urnen abfüllen. Mit einem fairen Münzwurf wird eine der beiden Urnen bestimmt, aus welcher er mit verbundenen Augen eine Kugel ziehen darf. Wenn die Kugel weiss ist, wird er begnadigt.
Der Gefangene ist gerissen und erinnert sich an den Statistikkurs, welchen er zu besseren Zeiten besucht hat. Er füllt eine einzelne weisse Kugel in die eine Urne und alle anderen Kugeln in die andere Urne. Somit ist seine Chance auf eine weisse Kugel 74.7% (auf eine Nachkommastelle genau).

c) Ein durchschnittlicher Gelbflossen-Thunfisch wird etwa 2 m lang und erreicht ein Gewicht von 180 kg (± 9 kg Standardabweichung). Ein Fischerboot auf Java fängt an einem guten Tag 25 Thunfische. Angenommen die Gewichte der Fische seien unabhängig voneinander. Dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Fang mehr als 4600 kg wiegt, kleiner als 5%.

d) Für eine Studie messen wir die mittlere Konzentration von schädlichen Aerosolen in der Nähe von Industrieanlagen. Nach 100 Messungen haben wir einen Standardfehler von 20 ppm (parts per million) für das arithmetische Mittel. Der Studienleiter fordert aber einen Standardfehler, der nicht grösser als 4 ppm sein soll. Daher müssen wir jetzt noch fünfmal soviele Messungen machen.

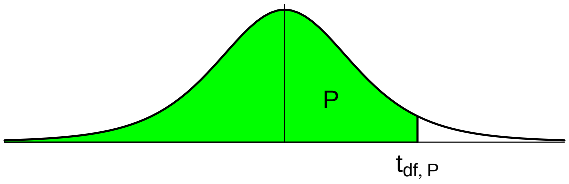
Tabelle der Kumulativen Normalverteilung $\Phi(z) = \mathrm{P}\left[Z \leq z\right], \; Z \sim \mathcal{N}(0,1)$



Bsp.: $\mathrm{P}\left[Z \leq 1.96\right] = 0.975$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Perzentile der t-Verteilung



Bsp.: $t_{9;\ 0.975} = 2.262$

df	$t_{0.60}$	$t_{0.70}$	$t_{0.80}$	$t_{0.90}$	$t_{0.95}$	$t_{0.975}$	$t_{0.99}$	$t_{0.995}$
1	0.325	0.727	1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.617	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.584	0.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.569	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.559	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.553	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.549	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.546	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.543	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.542	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.540	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.539	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.538	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.537	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.536	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.535	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.534	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.534	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.533	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.533	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.532	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.532	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.532	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.531	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.531	0.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.531	0.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.531	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.530	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.530	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.530	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
31	0.255	0.530	0.853	1.309	1.696	2.040	2.452	2.744
32	0.255	0.530	0.853	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
33	0.255	0.530	0.853	1.308	1.693	2.035	2.445	2.733
34	0.255	0.529	0.852	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
35	0.255	0.529	0.852	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
40	0.255	0.529	0.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	0.254	0.527	0.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
90	0.254	0.526	0.846	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632
120	0.254	0.526	0.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576