# Musterlösung

**Es gibt verschiedene Version der Prüfung. Die Aufgaben sind jeweils in einer anderen Reihenfolge.**

## Gruppe A

**1.** **a)** Richtig. Per Definition der Binomialverteilung.
**b)** Richtig. Da $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1) = 1 - 0.53 - 0.35 = 1 - 0.88 = 0.12$.
**c)** Richtig. Der Erwartungswert einer Binomialverteilung ist $n\pi = 6 \cdot 0.1 = 0.6 < 1$.
**d)** Falsch. Der Erwartungswert hier ist $E\left[\sum_{i=1}^{6}(1 - X_i)\right] = \sum_{i=1}^{6} E[1 - X_i] = 6E[1 - X_1]$, wobei wir verwenden, dass $E[X_1] = .... = E[X_6]$.

**2.** **a)** Richtig. Der Erwartungswert einer Bernoulli Zufallsvariable ist $\pi$.
**b)** Falsch. $P(X_i = 0) = 1 - \pi = 1 - 0.7 = 0.3$.
**c)** Falsch. $P(X_1 = 0 \cap X_2 = 1) = P(X_1 = 0)P(X_2 = 1) = (1 - 0.7) \cdot (0.7) = 0.21$.
**d)** Richtig. $\sum_{i=1}^{6} \mathrm{Var}(X_i) = 6 \cdot 0.7 \cdot 0.3$ da unabhängig.

**3.** **a)** Richtig. $P(X = 12) = \binom{20}{12} 0.2^{12} 0.8^{8} = 0.012$
**b)** Falsch. Die Macht ist definiert als $P_{H_A}(X \in K) = P_{H_A}(X \geq 11) + P_{H_A}(X \leq 1)$.
**c)** Richtig. Aus $P_{H_0}(X \notin K) = 1 - P_{H_0}(X \in K)$ und $P_{H_0}(X \in K) \leq 0.05$ folgt die Aussage.
**d)** Richtig.

**4.** **a)** Falsch. Da $P(X \leq 0) < P(X \leq 2)$.
**b)** Falsch. Die Macht ist definiert als $P_{H_A}(X \in K)$. Der Verwerfungsbereich für diesen Test ist $K = \{6, 7, 8\}$. Es gilt $P_{\pi=0.6}(X \leq 6) < P_{\pi=0.4}(X \leq 6)$.
**c)** Falsch. Es gilt $P(X \leq 2) = P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0) = \binom{13}{2} 0.4^2 0.6^{11} + ... \approx 0.058 > 0.05$, deshalb kann 2 nicht im Verwerfungsbereich liegen. Somit ist die Aussage falsch.
Achtung: $P(X \leq 2)$ nicht mit $P(X = 2) = 0.045 < 0.05$ verwechseln!
**d)** Richtig. Ein grösserer Fehler 1.Art vergrössert den Verwerfungsbereich $K$, somit wird auch $P_{H_A}(X \in K)$ grösser.

**5.** **a)** Richtig. Es kann nicht jedem männlichen Proband auf eindeutige Weise eine weibliche Probandin zugeordnet werden.
**b)** Richtig. Bei ungepaarten Stichproben können die Stichprobengrössen gleich sein, es ist aber keine notwendige Voraussetzung.
**c)** Falsch. Der Welsh-Test setzt nicht voraus, dass die Standardabweichungen in beiden Gruppen gleich sind.
**d)** Richtig.

**6.** **a)** Richtig. Da $S_{pool}^2 = \frac{1}{34}(17 \cdot 3.6^2 + 17 \cdot 4.4^2) = 16.16$, ist $T = (22.1 - 17.9)/(S_{pool} \cdot \frac{1}{3}) = 3.13$.
**b)** Falsch. Die Verteilung von $T$ unter $H_0$ ist $T \sim t_{n+m-2} = t_{34}$.
**c)** Richtig. Die Teststatistik liegt nicht im Verwerfungsbereich. Somit kann die Nullhypothese auf dem 5%-Niveau nicht verworfen werden.
**d)** Falsch. Der beidseitige Test hat in der Regel kleinere Macht als ein einseitiger Test.

**7.** **a)** Richtig.
**b)** Richtig. Wir können die Standardabweichung aus den Daten schätzen. Nur beim z-Test ist es notwendig die wahre Standardabweichung zu kennen.
**c)** Richtig. Sei $\rho = 1$ die Hälfte der Breite des Vertrauensintervalls. Wir möchten $n$ so, dass $\rho = 1 \geq 2 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Somit $n \geq 4\sigma^2 = 16$.
**d)** Falsch. Beim Wilcoxon-Test müssen die Daten symmetrisch verteilt sein.

**8.** **a)** Richtig. $\beta_1$ ist signifikant auf dem $0.1\%$-Niveau und daher auch auf dem $1\%$-Niveau.
**b)** Richtig. Der t-Wert ergibt sich aus $\hat{\beta}_0 / \widehat{s.e.}(\hat{\beta}_0)$.

c) Richtig. Das approximative, zweiseitige $95\%$-Vertrauensintervall für $\beta_1$ ist $[\hat{\beta}_1 - 2\hat{s.e.}(\hat{\beta}_1), \hat{\beta}_1 + 2\hat{s.e.}(\hat{\beta}_1)]$.

d) Falsch. Es gibt zwei Parameter im linearen Modell. Somit ergibt sich die Anzahl Datenpunkte aus der Anzahl Freiheitsgrade 46 plus zwei.

**9.** a) Richtig. Der Achsenabschnitt der geschätzten Regressionsgeraden ist $3.0437 \approx 3$.

b) Falsch. Das geschätzte Modell ist ertrag $= 3.0437 + 0.5471 \cdot$ pestizid. Somit ergibt sich für einem erwarteten Ertrag von $30\,kg$ der Einsatz von $(30 - 3.0437)/0.5471 \approx 49.27\,l$ Pestizid.

c) Falsch. Die Zunahme des erwarteten Ertrages ist $8 \cdot 0.5471 = 4.38\,kg$.

d) Richtig.

**10.** a) Falsch. Der Mittelwert der Residuen scheint negativ zu sein.

b) Richtig.

c) Richtig.

d) Falsch. Der QQ-Plot deutet darauf hin, dass die Normalitätsannahme nicht erfüllt ist.

**11.** a) Richtig, da $E[3Y - 3X - 1] = 3(E[Y] - E[X]) - 1 = 3(5 - 3) - 1 = 5$.

b) Falsch, da $Var[Y - X + 1] = Var[Y] + Var[X] = 2$.

c) Falsch. Der Erwartungswert ist $\frac{1}{5}(1 + 2 + 2 + 1 + 5) = 2.2$ und die Standardabweichung

$$\sqrt{\frac{1}{4}(2 * (1 - 2.2)^2 + 2 * (2 - 2.2)^2 + (5 - 2.2)^2)} = \sqrt{2.7} = 1.643.$$

d) Richtig. Es gilt $\frac{1}{2}(x_{(1)} + x_{(2)}) = 1$

**12.** a) Falsch, $Corr(Y, X^2) = 1$ da $Y$ und $X^2$ einen positiven linear zusammenhang haben.

b) Falsch, über Kausalität kann keine Aussage gemacht werden.

c) Richtig. $P_{S_1}(w) = 0.5\frac{6}{10} + 0.5 \cdot 1 = 0.8$ .

d) Richtig. $P_{S_2}(w) = \frac{16}{20} = 0.8$.

**13.** a) Falsch. Wenn man die Anzahl Bins in B grösser wählt, könnte man dasselbe Histogramm erhalten.

b) Richtig. Das Histogramm A zeigt eine symmetrische Verteilung.

c) Falsch. Der Wertebereich der Daten geht von mindestens 0 bis 3.5 und ist somit grösser wie der Wertebreich der Daten bei A. Zudem ist A symmetrisch und C scheint rechtsschief zu sein.

d) Falsch. In Plot D gibt es viel zuviel Wahrscheinlichkeit zwischen den Werten 2 und 3.

**14.** a) Richtig. $P(S \cap B) = P(B|S)P(S) = 0.6 \cdot 0.8 = 0.48$.

b) Richtig. Die Wahrscheinlichkeit $P(B)$ lässt sich mit dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeit berechnen:

$$P(B) = P(B|S)P(S) + P(B|S^c)P(S^C)$$

wobei $P(B|S) = 0.8, P(S) = 0.6, P(S^C) = 1 - P(S) = 0.4$.

c) Richtig. $0.8 = P(B) = P(B|S) = 0.8$.

d) Falsch. $P(A|B) = 0$.

**15.** a) Richtig. Da mit dem Additionssatz $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ gilt, folgt $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.3 + 0.4 - 0.58 = 0.12 = P(A) \cdot P(B)$. Deshalb sind die Ereignisse unabhängig.

b) Richtig. Da $P(E|G) = \frac{P(E \cap G)}{P(G)} = \frac{1/3}{1/2} = 2/3$. Deshalb $odds(E|G) = \frac{P(E|G)}{1 - P(E|G)} = \frac{2/3}{1 - 2/3} = 2$.

**c)** Falsch. Es ist nicht sinnvoll einen Regenschirm mitzunehmen, da $odds(Regen) = \frac{P(Regen)}{P(keinRegen)} = 0.01$. Deshalb ist die Wahrscheinlichkeit, dass es regnet, 100 mal geringer.

**d)** Falsch. $odds(A) = \frac{\frac{1}{2}P(A)}{\frac{1}{2}(1-P(A))} = \frac{P(B)}{\frac{1}{2}-P(B)} \neq 2odds(B)$.

**16.** **a)** Falsch. Das arithmetische Mittel von diesen Zufallsvariabeln folgt approximativ einer Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu$ und einer Varianz $\sigma^2$, welche mit grösser werdendem $n$ gegen 0 geht.

**b)** Richtig.

**c)** Falsch. Das arithmetische Mittel hat approximativ eine Normalverteilung nicht F.

**d)** Falsch. Definiere den Saft von Orange $i$ in Liter als $O_i$. Der Ewartungswert ist $E[O_i] = 0.2l$ und die Varianz $Var[O_i] = 0.08^2$. Der Gesamtsaft kann geschrieben werden als

$$S := \sum_{i=1}^{40} O_i.$$

Mit dem Zentralen Grenzwertsatz ist $S \approx \mathcal{N}(40 * 0.2, 40 * 0.08^2) = \mathcal{N}(8, 0.256)$ verteilt. Deshalb können wir die Wahrscheinlichkeit wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} P(S < 10l) = P\left(\frac{S-8}{0.506} < \frac{7-8}{0.506}\right) \\ &= P(Z < -1.976) = P(Z > 1.976) = 1 - P(Z \leq 1.976) \\ &\geq 1 - 0.9761 = 0.0239 > 0.01. \end{aligned}$$

## Gruppe B

1. **a)** Richtig. Es kann nicht jedem männlichen Proband auf eindeutige Weise eine weibliche Probandin zugeordnet werden.
   **b)** Richtig. Bei ungepaarten Stichproben können die Stichprobengrössen gleich sein, es ist aber keine notwendige Voraussetzung.
   **c)** Falsch. Der Welsh-Test setzt nicht voraus, dass die Standardabweichungen in beiden Gruppen gleich sind.
   **d)** Richtig.

2. **a)** Richtig. Da $S_{pool}^2 = \frac{1}{34}(17 \cdot 3.6^2 + 17 \cdot 4.4^2) = 16.16$, ist $T = (22.1 - 17.9)/(S_{pool} \cdot \frac{1}{3}) = 3.13$.
   **b)** Falsch. Die Verteilung von $T$ unter $H_0$ ist $T \sim t_{n+m-2} = t_{34}$.
   **c)** Richtig. Die Teststatistik liegt nicht im Verwerfungsbereich. Somit kann die Nullhypothese auf dem 5%-Niveau nicht verworfen werden.
   **d)** Falsch. Der beidseitige Test hat in der Regel kleinere Macht als ein einseitiger Test.

3. **a)** Richtig.
   **b)** Richtig. Wir können die Standardabweichung aus den Daten schätzen. Nur beim z-Test ist es notwendig die wahre Standardabweichung zu kennen.
   **c)** Richtig. Sei $\rho = 1$ die Hälfte der Breite des Vertrauensintervalls. Wir möchten $n$ so, dass $\rho = 1 \geq 2 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Somit $n \geq 4\sigma^2 = 16$.
   **d)** Falsch. Beim Wilcoxon-Test müssen die Daten symmetrisch verteilt sein.

4. **a)** Richtig. $\beta_1$ ist signifikant auf dem $0.1\%$-Niveau und daher auch auf dem $1\%$-Niveau.
   **b)** Richtig. Der t-Wert ergibt sich aus $\hat{\beta}_0 / s.\hat{e}.(\hat{\beta}_0)$.
   **c)** Richtig. Das approximative, zweiseitige 95%-Vertrauensintervall für $\beta_1$ ist $[\hat{\beta}_1 - 2s.\hat{e}.(\hat{\beta}_1), \hat{\beta}_1 + 2s.\hat{e}.(\hat{\beta}_1)]$.
   **d)** Falsch. Es gibt zwei Parameter im linearen Modell. Somit ergibt sich die Anzahl Datenpunkte aus der Anzahl Freiheitsgrade 46 plus zwei.

5. **a)** Richtig. Der Achsenabschnitt der geschätzten Regressionsgeraden ist $3.0437 \approx 3$.
   **b)** Falsch. Das geschätzte Modell ist ertrag $= 3.0437 + 0.5471 \cdot$ pestizid. Somit ergibt sich für einem erwarteten Ertrag von $30\,kg$ der Einsatz von $(30 - 3.0437)/0.5471 \approx 49.27\,l$ Pestizid.
   **c)** Falsch. Die Zunahme des erwarteten Ertrages ist $8 \cdot 0.5471 = 4.38\,kg$.
   **d)** Richtig.

6. **a)** Falsch. Der Mittelwert der Residuen scheint negativ zu sein.
   **b)** Richtig.
   **c)** Richtig.
   **d)** Falsch. Der QQ-Plot deutet darauf hin, dass die Normalitätsannahme nicht erfüllt ist.

7. **a)** Richtig, da $E[3Y - 3X - 1] = 3(E[Y] - E[X]) - 1 = 3(5 - 3) - 1 = 5$.
   **b)** Falsch, da $Var[Y - X + 1] = Var[Y] + Var[X] = 2$.
   **c)** Falsch. Der Erwartungswert ist $\frac{1}{5}(1 + 2 + 2 + 1 + 5) = 2.2$ und die Standardabweichung

$$\sqrt{\frac{1}{4}(2 * (1 - 2.2)^2 + 2 * (2 - 2.2)^2 + (5 - 2.2)^2)} = \sqrt{2.7} = 1.643.$$

   **d)** Richtig. Es gilt $\frac{1}{2}(x_{(1)} + x_{(2)}) = 1$

8. **a)** Falsch, $Corr(Y, X^2) = 1$ da $Y$ und $X^2$ einen positiven linear zusammenhang haben.
   **b)** Falsch, über Kausalität kann keine Aussage gemacht werden.

**c)** Richtig. $P_{S_1}(w) = 0.5\frac{6}{10} + 0.5 \cdot 1 = 0.8$ .

**d)** Richtig. $P_{S_2}(w) = \frac{16}{20} = 0.8$.

**9.** **a)** Falsch. Wenn man die Anzahl Bins in B grösser wählt, könnte man dasselbe Histogramm erhalten.

**b)** Richtig. Das Histogramm A zeigt eine symmetrische Verteilung.

**c)** Falsch. Der Wertebereich der Daten geht von mindestens 0 bis 3.5 und ist somit grösser wie der Wertebreich der Daten bei A. Zudem ist A symmetrisch und C scheint rechtsschief zu sein.

**d)** Falsch. In Plot D gibt es viel zuviel Wahrscheinlichkeit zwischen den Werten 2 und 3.

**10.** **a)** Richtig. $P(S \cap B) = P(B|S)P(S) = 0.6 \cdot 0.8 = 0.48$.

**b)** Richtig. Die Wahrscheinlichkeit $P(B)$ lässt sich mit dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeit berechnen:

$$P(B) = P(B|S)P(S) + P(B|S^c)P(S^C)$$

wobei $P(B|S) = 0.8, P(S) = 0.6, P(S^C) = 1 - P(S) = 0.4$.

**c)** Richtig. $0.8 = P(B) = P(B|S) = 0.8$.

**d)** Falsch. $P(A|B) = 0$.

**11.** **a)** Richtig. Da mit dem Additionssatz $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ gilt, folgt $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.3 + 0.4 - 0.58 = 0.12 = P(A) \cdot P(B)$. Deshalb sind die Ereignisse unabhängig.

**b)** Richtig. Da $P(E|G) = \frac{P(E \cap G)}{P(G)} = \frac{1/3}{1/2} = 2/3$. Deshalb $odds(E|G) = \frac{P(E|G)}{1-P(E|G)} = \frac{2/3}{1-2/3} = 2$.

**c)** Falsch. Es ist nicht sinnvoll einen Regenschirm mitzunehmen, da $odds(Regen) = \frac{P(Regen)}{P(keinRegen)} = 0.01$. Deshalb ist die Wahrscheinlichkeit, dass es regnet, 100 mal geringer.

**d)** Falsch. $odds(A) = \frac{\frac{1}{2}P(A)}{\frac{1}{2}(1-P(A))} = \frac{P(B)}{\frac{1}{2}-P(B)} \neq 2odds(B)$.

**12.** **a)** Falsch. Das arithmetische Mittel von diesen Zufallsvariabeln folgt approximativ einer Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu$ und einer Varianz $\sigma^2$, welche mit grösser werdendem $n$ gegen 0 geht.

**b)** Richtig.

**c)** Falsch. Das arithmetische Mittel hat approximativ eine Normalverteilung nicht F.

**d)** Falsch. Definiere den Saft von Orange $i$ in Liter als $O_i$. Der Ewartungswert ist $E[O_i] = 0.2l$ und die Varianz $Var[O_i] = 0.08^2$. Der Gesamtsaft kann geschrieben werden als

$$S := \sum_{i=1}^{40} O_i.$$

Mit dem Zentralen Grenzwertsatz ist $S \approx \mathcal{N}(40 * 0.2, 40 * 0.08^2) = \mathcal{N}(8, 0.256)$ verteilt. Deshalb können wir die Wahrscheinlichkeit wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} P(S < 10l) = P\left(\frac{S-8}{0.506} < \frac{7-8}{0.506}\right) & \\ = P(Z < -1.976) = P(Z > 1.976) = 1 - P(Z \leq 1.976) & \\ \geq 1 - 0.9761 = 0.0239 > 0.01. & \end{aligned}$$

**13.** **a)** Richtig. Per Definition der Binomialverteilung.

**b)** Richtig. Da $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1) = 1 - 0.53 - 0.35 = 1 - 0.88 = 0.12$.

**c)** Richtig. Der Erwartungswert einer Binomialverteilung ist $n\pi = 6 \cdot 0.1 = 0.6 < 1$.

**d)** Falsch. Der Erwartungswert hier ist $E\left[\sum_{i=1}^{6}(1 - X_i)\right] = \sum_{i=1}^{6} E[1 - X_i] = 6E[1 - X_1]$, wobei wir verwenden, dass $E[X_1] = .... = E[X_6]$.

# Gruppe B

**14.** **a)** Richtig. Der Erwartungswert einer Bernoulli Zufallsvariable ist $\pi$.

**b)** Falsch. $P(X_i = 0) = 1 - \pi = 1 - 0.7 = 0.3$.

**c)** Falsch. $P(X_1 = 0 \cap X_2 = 1) = P(X_1 = 0)P(X_2 = 1) = (1 - 0.7) \cdot (0.7) = 0.21$.

**d)** Richtig. $\sum_{i=1}^{6} \mathrm{Var}(X_i) = 6 \cdot 0.7 \cdot 0.3$ da unabhängig.

**15.** **a)** Richtig. $P(X = 12) = \binom{20}{12} 0.2^{12} 0.8^{8} = 0.012$

**b)** Falsch. Die Macht ist definiert als $P_{H_A}(X \in K) = P_{H_A}(X \geq 11) + P_{H_A}(X \leq 1)$.

**c)** Richtig. Aus $P_{H_0}(X \notin K) = 1 - P_{H_0}(X \in K)$ und $P_{H_0}(X \in K) \leq 0.05$ folgt die Aussage.

**d)** Richtig.

**16.** **a)** Falsch. Da $P(X \leq 0) < P(X \leq 2)$.

**b)** Falsch. Die Macht ist definiert als $P_{H_A}(X \in K)$. Der Verwerfungsbereich für diesen Test ist $K = \{6, 7, 8\}$. Es gilt $P_{\pi=0.6}(X \leq 6) < P_{\pi=0.4}(X \leq 6)$.

**c)** Falsch. Es gilt $P(X \leq 2) = P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0) = \binom{13}{2} 0.4^{2} 0.6^{11} + ... \approx 0.058 > 0.05$, deshalb kann 2 nicht im Verwerfungsbereich liegen. Somit ist die Aussage falsch.
Achtung: $P(X \leq 2)$ nicht mit $P(X = 2) = 0.045 < 0.05$ verwechseln!

**d)** Richtig. Ein grösserer Fehler 1.Art vergrössert den Verwerfungsbereich $K$, somit wird auch $P_{H_A}(X \in K)$ grösser.

## Gruppe C

**1.** **a)** Richtig, da $E[3Y - 3X - 1] = 3(E[Y] - E[X]) - 1 = 3(5 - 3) - 1 = 5$.

**b)** Falsch, da $Var[Y - X + 1] = Var[Y] + Var[X] = 2$.

**c)** Falsch. Der Erwartungswert ist $\frac{1}{5}(1 + 2 + 2 + 1 + 5) = 2.2$ und die Standardabweichung

$$\sqrt{\frac{1}{4}(2 * (1 - 2.2)^2 + 2 * (2 - 2.2)^2 + (5 - 2.2)^2)} = \sqrt{2.7} = 1.643.$$

**d)** Richtig. Es gilt $\frac{1}{2}(x_{(1)} + x_{(2)}) = 1$

**2.** **a)** Falsch, $Corr(Y, X^2) = 1$ da $Y$ und $X^2$ einen positiven linear zusammenhang haben.

**b)** Falsch, über Kausalität kann keine Aussage gemacht werden.

**c)** Richtig. $P_{S_1}(w) = 0.5\frac{6}{10} + 0.5 \cdot 1 = 0.8$ .

**d)** Richtig. $P_{S_2}(w) = \frac{16}{20} = 0.8$.

**3.** **a)** Falsch. Wenn man die Anzahl Bins in B grösser wählt, könnte man dasselbe Histogramm erhalten.

**b)** Richtig. Das Histogramm A zeigt eine symmetrische Verteilung.

**c)** Falsch. Der Wertebereich der Daten geht von mindestens 0 bis 3.5 und ist somit grösser wie der Wertebreich der Daten bei A. Zudem ist A symmetrisch und C scheint rechtsschief zu sein.

**d)** Falsch. In Plot D gibt es viel zuviel Wahrscheinlichkeit zwischen den Werten 2 und 3.

**4.** **a)** Richtig. $P(S \cap B) = P(B|S)P(S) = 0.6 \cdot 0.8 = 0.48$.

**b)** Richtig. Die Wahrscheinlichkeit $P(B)$ lässt sich mit dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeit berechnen:

$$P(B) = P(B|S)P(S) + P(B|S^c)P(S^C)$$

wobei $P(B|S) = 0.8, P(S) = 0.6, P(S^C) = 1 - P(S) = 0.4$.

**c)** Richtig. $0.8 = P(B) = P(B|S) = 0.8$.

**d)** Falsch. $P(A|B) = 0$.

**5.** **a)** Richtig. Da mit dem Additionssatz $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ gilt, folgt $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.3 + 0.4 - 0.58 = 0.12 = P(A) \cdot P(B)$. Deshalb sind die Ereignisse unabhängig.

**b)** Richtig. Da $P(E|G) = \frac{P(E \cap G)}{P(G)} = \frac{1/3}{1/2} = 2/3$. Deshalb $odds(E|G) = \frac{P(E|G)}{1-P(E|G)} = \frac{2/3}{1-2/3} = 2$.

**c)** Falsch. Es ist nicht sinnvoll einen Regenschirm mitzunehmen, da $odds(Regen) = \frac{P(Regen)}{P(keinRegen)} = 0.01$. Deshalb ist die Wahrscheinlichkeit, dass es regnet, 100 mal geringer.

**d)** Falsch. $odds(A) = \frac{\frac{1}{2}P(A)}{\frac{1}{2}(1-P(A))} = \frac{P(B)}{\frac{1}{2}-P(B)} \neq 2odds(B)$.

**6.** **a)** Falsch. Das arithmetische Mittel von diesen Zufallsvariabeln folgt approximativ einer Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu$ und einer Varianz $\sigma^2$, welche mit grösser werdendem $n$ gegen 0 geht.

**b)** Richtig.

**c)** Falsch. Das arithmetische Mittel hat approximativ eine Normalverteilung nicht F.

**d)** Falsch. Definiere den Saft von Orange $i$ in Liter als $O_i$. Der Erwartungswert ist $E[O_i] = 0.2l$ und die Varianz $Var[O_i] = 0.08^2$. Der Gesamtsaft kann geschrieben werden als

$$S := \sum_{i=1}^{40} O_i.$$

Mit dem Zentralen Grenzwertsatz ist $S \approx \mathcal{N}(40 * 0.2, 40 * 0.08^2) = \mathcal{N}(8, 0.256)$ verteilt. Deshalb können wir die Wahrscheinlichkeit wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} P(S < 10l) &= P\left(\frac{S-8}{0.506} < \frac{7-8}{0.506}\right) \\ &= P(Z < -1.976) = P(Z > 1.976) = 1 - P(Z \leq 1.976) \\ &\geq 1 - 0.9761 = 0.0239 > 0.01. \end{aligned}$$

**7.** **a)** Richtig. Per Definition der Binomialverteilung.

**b)** Richtig. Da $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1) = 1 - 0.53 - 0.35 = 1 - 0.88 = 0.12$.

**c)** Richtig. Der Erwartungswert einer Binomialverteilung ist $n\pi = 6 \cdot 0.1 = 0.6 < 1$.

**d)** Falsch. Der Erwartungswert hier ist $E\left[\sum_{i=1}^{6}(1 - X_i)\right] = \sum_{i=1}^{6} E[1 - X_i] = 6E\left[1 - X_1\right]$, wobei wir verwenden, dass $E[X_1] = .... = E[X_6]$.

**8.** **a)** Richtig. Der Erwartungswert einer Bernoulli Zufallsvariable ist $\pi$.

**b)** Falsch. $P(X_i = 0) = 1 - \pi = 1 - 0.7 = 0.3$.

**c)** Falsch. $P(X_1 = 0 \cap X_2 = 1) = P(X_1 = 0)P(X_2 = 1) = (1 - 0.7) \cdot (0.7) = 0.21$.

**d)** Richtig. $\sum_{i=1}^{6} \mathrm{Var}(X_i) = 6 \cdot 0.7 \cdot 0.3$ da unabhängig.

**9.** **a)** Richtig. $P(X = 12) = \binom{20}{12} 0.2^{12} 0.8^8 = 0.012$

**b)** Falsch. Die Macht ist definiert als $P_{H_A}(X \in K) = P_{H_A}(X \geq 11) + P_{H_A}(X \leq 1)$.

**c)** Richtig. Aus $P_{H_0}(X \notin K) = 1 - P_{H_0}(X \in K)$ und $P_{H_0}(X \in K) \leq 0.05$ folgt die Aussage.

**d)** Richtig.

**10.** **a)** Falsch. Da $P(X \leq 0) < P(X \leq 2)$.

**b)** Falsch. Die Macht ist definiert als $P_{H_A}(X \in K)$. Der Verwerfungsbereich für diesen Test ist $K = \{6, 7, 8\}$. Es gilt $P_{\pi=0.6}(X \leq 6) < P_{\pi=0.4}(X \leq 6)$.

**c)** Falsch. Es gilt $P(X \leq 2) = P(X = 2) + P(X = 1) + P(X = 0) = \binom{13}{2} 0.4^2 0.6^{11} + ... \approx 0.058 > 0.05$, deshalb kann 2 nicht im Verwerfungsbereich liegen. Somit ist die Aussage falsch.
Achtung: $P(X \leq 2)$ nicht mit $P(X = 2) = 0.045 < 0.05$ verwechseln!

**d)** Richtig. Ein grösserer Fehler 1.Art vergrössert den Verwerfungsbereich $K$, somit wird auch $P_{H_A}(X \in K)$ grösser.

**11.** **a)** Richtig. Es kann nicht jedem männlichen Proband auf eindeutige Weise eine weibliche Probandin zugeordnet werden.

**b)** Richtig. Bei ungepaarten Stichproben können die Stichprobengrössen gleich sein, es ist aber keine notwendige Voraussetzung.

**c)** Falsch. Der Welsh-Test setzt nicht voraus, dass die Standardabweichungen in beiden Gruppen gleich sind.

**d)** Richtig.

**12.** **a)** Richtig. Da $S_{pool}^2 = \frac{1}{34}(17 \cdot 3.6^2 + 17 \cdot 4.4^2) = 16.16$, ist $T = (22.1 - 17.9)/(S_{pool} \cdot \frac{1}{3}) = 3.13$.

**b)** Falsch. Die Verteilung von $T$ unter $H_0$ ist $T \sim t_{n+m-2} = t_{34}$.

**c)** Richtig. Die Teststatistik liegt nicht im Verwerfungsbereich. Somit kann die Nullhypothese auf dem $5\%$-Niveau nicht verworfen werden.

**d)** Falsch. Der beidseitige Test hat in der Regel kleinere Macht als ein einseitiger Test.

**13.** **a)** Richtig.

b) Richtig. Wir können die Standardabweichung aus den Daten schätzen. Nur beim z-Test ist es notwendig die wahre Standardabweichung zu kennen.

c) Richtig. Sei $\rho = 1$ die Hälfte der Breite des Vertrauensintervalls. Wir möchten $n$ so, dass $\rho = 1 \geq 2 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Somit $n \geq 4\sigma^2 = 16$.

d) Falsch. Beim Wilcoxon-Test müssen die Daten symmetrisch verteilt sein.

**14.** a) Richtig. $\beta_1$ ist signifikant auf dem $0.1\%$-Niveau und daher auch auf dem $1\%$-Niveau.

b) Richtig. Der t-Wert ergibt sich aus $\hat{\beta}_0 / s.\hat{e}.(\hat{\beta}_0)$.

c) Richtig. Das approximative, zweiseitige $95\%$-Vertrauensintervall für $\beta_1$ ist $[\hat{\beta}_1 - 2s.\hat{e}.(\hat{\beta}_1), \hat{\beta}_1 + 2s.\hat{e}.(\hat{\beta}_1)]$.

d) Falsch. Es gibt zwei Parameter im linearen Modell. Somit ergibt sich die Anzahl Datenpunkte aus der Anzahl Freiheitsgrade 46 plus zwei.

**15.** a) Richtig. Der Achsenabschnitt der geschätzten Regressionsgeraden ist $3.0437 \approx 3$.

b) Falsch. Das geschätzte Modell ist ertrag $= 3.0437 + 0.5471 \cdot$ pestizid. Somit ergibt sich für einem erwarteten Ertrag von $30\,kg$ der Einsatz von $(30 - 3.0437)/0.5471 \approx 49.27\,l$ Pestizid.

c) Falsch. Die Zunahme des erwarteten Ertrages ist $8 \cdot 0.5471 = 4.38\,kg$.

d) Richtig.

**16.** a) Falsch. Der Mittelwert der Residuen scheint negativ zu sein.

b) Richtig.

c) Richtig.

d) Falsch. Der QQ-Plot deutet darauf hin, dass die Normalitätsannahme nicht erfüllt ist.