Schriftliche Prüfung
(90 Minuten)

Bemerkungen:

- Alle schriftlichen Hilfsmittel und ein Taschenrechner sind erlaubt.
- Mobiltelefone sind auszuschalten!
- Die Prüfung besteht aus insgesamt **16 Aufgaben**.
- Markieren Sie Ihre Antworten auf dem beiliegenden **Antwortblatt**.
- Verweilen Sie nicht zu lange bei einem Aufgabenteil, der Ihnen grosse Schwierigkeiten bereitet!
- Jede Aufgabe besteht aus mehreren Aussagen. Pro Aufgabe kann keine, eine oder mehrere Aussagen richtig sein.
- Für jede Aussage gibt es 1 Punkt, wenn sie korrekt markiert wird. 1 Punkt wird abgezogen, wenn eine Aussage falsch markiert wird. Wenn eine Aussage nicht markiert wird, gibt es keinen Punkt, es wird aber auch kein Punkt abgezogen. Die Punkte werden über die gesammte Prüfung summiert.

Viel Erfolg!

I. Binomialverteilung und -test

1. Angenommen es ist $X \sim \text{Bin}(n = 15, p = 0.2)$. Dann gilt ...

a) $E[X] = 3$.
b) $Var(X) = 0.16$.
c) $P(X = 4) = \binom{15}{4} \cdot 0.2^{11} \cdot 0.8^4$.
d) $P(X \leq 2) \approx 0.398$.

2. Beurteilen Sie die folgenden Aussagen:

a) Eine faire Münze wird 25 mal unabhängig voneinander geworfen. M ist die Zufallsvariable, die die Anzahl Würfe mit Kopf beschreibt. M kann gut durch eine Binomialverteilung mit $n = 25$ und $p = 0.5$ modelliert werden.
b) Auf einem Flohmarkt haben wir einen schönen fairen 25-seitigen Würfel gefunden. Die Zufallsvariable W ist die Zahl, die nach einem Wurf oben liegt. Es gilt $W \sim Bernoulli(p = 1/25)$.
c) An einer Tombola hat es noch 5 Lose und es stehen noch 3 Preise auf dem Tisch. Wir kaufen 3 Lose. Die Wahrscheinlichkeit für die Anzahl Gewinne können wir mit einer Binomialverteilung berechnen.
d) Eine Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = 0.45$ kann gut durch eine Normalverteilung approximiert werden.

3. Wir möchten einen Binomialtest mit dem Modell $X \sim Bin(n = 10, p)$, $H_0 :\ p = 0.5$ und $H_A :\ p > 0.5$ auf dem 5% Signifikanzniveau durchführen.

a) Der Verwerfungsbereich für die Teststatistik ist $K = \{8, 9, 10\}$.
b) Wenn man den Test mit $p = 0.4$ anstelle von $p = 0.5$ durchführt, wird der Verwerfungsbereich gleich viele oder mehr (aber nicht weniger) Elemente enthalten.
c) Angenommen der Verwerfungsbereich ist $\{9, 10\}$. Die Macht für die Alternative $H_A :\ p = 0.7$ ist 0.45.
d) Der P-Wert entspricht der Wahrscheinlichkeit unter der Nullhypothese genau den errechneten Wert der Teststatistik oder einen weniger extremen (im Sinne der Alternative) zu erhalten.

4. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Ein zweiseitiger Binomialtest ist insbesondere dann sinnvoll, wenn man auffällig grosse und auffällig kleine Gewinnwahrscheinlichkeiten erkennen will.

b) Bei einem falschen Würfel wurde bei 50 Würfen 28 mal die 6 gewürfelt. Ein 95%-Vertrauensintervall für die Wahrscheinlichkeit eine 6 zu würfeln ist $[0.42, 0.70]$. (Verwenden Sie eine geeignete Normalapproximation)

c) Das Modell eines Binomialtests sei $X \sim Bin(15, 0.2)$ unter der Nullhypothese. Wir schätzen die Gewinnwahrscheinlichkeit aus den Daten mit $\hat{p} = 0.18$. Die Teststatistik hat dann die Verteilung $T \sim Bin(15, 0.18)$.

d) Wir haben einen Binomialtest durchgeführt und erhalten einen P-Wert von 0.06. Wir können somit die Nullhypothese also auf dem 5% Signifikanzniveau verwerfen.

II. t-Test

5. Ein Institut für Umwelttoxikologie hat die Konzentration von illegalen Substanzen im Abwasser verschiedener schweizer Städte während einer Woche untersucht. Grund für die Studie war eine Aussage einer vielgelesenen Gratiszeitung, dass in Zürich viel mehr Drogen konsumiert werden als anderswo. Nachfolgend sehen Sie eine Tabelle mit den Ecstasy (MDMA) medianen Konzentrationen im Abwasser aus Zürich und Basel:

	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
Zürich	9.1	8.7	7.4	8.1	24.1	31.4	21.7
Basel	8.2	9.4	6.5	7.8	23.9	31.2	20.2
Differenz	0.9	-0.7	0.9	0.3	0.2	0.2	1.5

Nehmen Sie an, dass die täglichen Differenzen D der Konzentration von Ecstasy im Abwasser in Zürich minus der Konzentration in Basel unabhängig voneinander normalverteilt mit Erwartungswert μ_D und Standardabweichung σ_D sind. Aus den Daten wurden $\hat{\mu}_D = \bar{D} = 0.47$ und $\hat{\sigma}_D = s_D = 0.70$ geschätzt.

Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Es handelt sich um gepaarte Stichproben.

b) Bei einem ungepaarten t-Test müssen die Stichprobengrössen in beiden Gruppen gleich sein.

c) Bei gepaarten Stichproben hat der gepaarte t-Test in der Regel eine grössere Macht als der ungepaarte t-Test.

d) Damit man testen kann, ob sich zwei Stichproben unterscheiden, brauchen diese jeweils die gleiche Varianz.

6. Wir führen einen gepaarten t-Test mit den Daten aus Aufgabe 5 auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ durch.

a) Wir wollen den t-Test so einrichten, dass eine Ecstasy Erhöhung in Zürich mit möglichst grosser Macht festgestellt werden kann. Am besten verwendet man dann die Hypothesen $H_0 : \ \mu_D = 0, H_A : \ \mu_D > 0$.

b) Der beobachtete Wert der Teststatistik ist $\sqrt{6} \cdot 0.47/0.70$.

c) Unter H_0 folgt die Teststatistik einer t_6 Verteilung.

d) Angenommen, das 95% Vertrauensintervall für μ_D ist $[-0.99, \infty)$. Somit wird die Nullhypothese verworfen.

7. Beurteilen Sie folgende Aussagen.

a) Wir haben einen z-Test durchgeführt, doch leider kein signifikantes Ergebnis erhalten. Der entsprechende t-Test hat einen grösseren Verwerfungsbereich.

b) Angenommen ein t-Test liefert einen P-Wert, der es uns erlaubt, die Nullhypothese auf dem 5% Signifikanzniveau zu verwerfen. Wir können die Nullhypothese also auch auf dem 1% Signifikanzniveau verwerfen.

c) Die Formeln für die zweiseitigen Vertrauensintervalle vom t-Test beziehungsweise vom z-Test unterscheiden sich nur in den Quantilen ($t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}$ und $\Phi^{-1}(1-\frac{\alpha}{2})$).

d) Bei einem ungepaarten t-Test ($H_0 : \mu = 2, H_A : \mu \neq 2$, 16 Beobachtungen insgesamt) ist der beobachtete Wert der Teststatistik 2.10. Dann ist der P-Wert kleiner als 5%.

8. Welche der folgenden Aussagen ist richtig und welche ist falsch?

a) Ein zweiseitiges 95%-Vertrauensintervall ist immer breiter als ein zweiseitiges 99%-Vertrauensintervall.

b) Angenommen das 95%-Vertrauensintervall für μ_d ist $[18.6, 34.2]$. Der entsprechende t-Test ($H_0 : \mu_d = 20, H_A : \mu_d \neq 20$) würde auf dem 5% Signifikanzniveau die Nullhypothese verwerfen.

c) Wir führen ein Experiment mit 10 Personen durch und erhalten beim entsprechenden Test einen P-Wert von 0.121. Falls wir das Experiment mit anderen 10 Personen wiederholen, dann wird der P-Wert immer grösser als 10% bleiben.

d) Der t-Test ist sehr viel allgemeiner als der z-test. Er kann auch auf Daten angewendet werden, bei denen man die Standardabweichung nicht kennt (d.h. schätzen muss) und welche nicht normalverteilt sind.

III. Lineare Regression

9. Der Grossbauer Alfred notiert für jede seiner Karottenfelder den Ertrag der Karotten in Kilogramm pro Quadratmeter und die verwendete Düngermenge in Liter pro Quadratmeter. Alfred hat herausgefunden, dass sich der Ertrag eines Karottenfeldes mit Dünger erhöhen lässt. Er versucht deshalb den Ertrag für seine Felder durch eine lineare Regression zu beschreiben. Folgendes Modell wird angepasst:

$$\text{ertrag}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{duenger}_i + \varepsilon_i, \qquad \varepsilon_i \overset{\text{iid}}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma^2).$$

Der (unvollständige) Regressionsoutput sieht wie folgt aus:

```
Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-1.0495 -0.3986 -0.0852  0.3851  1.2410

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   -0.419      0.246     ???      ??? ???
duenger          ???      0.185    10.7  3.4e-14 ***
---
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.549 on 47 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.709,       Adjusted R-squared:  0.703
F-statistic:  115 on 1 and 47 DF,  p-value: 3.38e-14
```

Betrachten Sie die folgenden Aussagen.

a) Es wurden die Daten von 49 Karottenfelder in der obigen Regression verwendet.

b) $H_0 : \beta_0 = 0$ wird auf dem 1%-Niveau verworfen.

c) Die Schätzung von β_1 ist 1.98.

d) Angenommen $\hat{\beta}_1 = 1.98$. Ein exaktes zweiseitiges 95%-Vertrauensintervall für β_1 ist $[-0.41, 4.39]$.
(Das entsprechende Quantil der t-Verteilung ist 2.01).

10. Mit Hilfe des geschätzten Modells aus Aufgabe 9 wollen wir nun Vorhersagen machen. Nehmen Sie für diese Aufgabe an, dass $\hat{\beta}_0 = -0.419$ und $\hat{\beta}_1 = 0.83$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr und welche ist falsch?

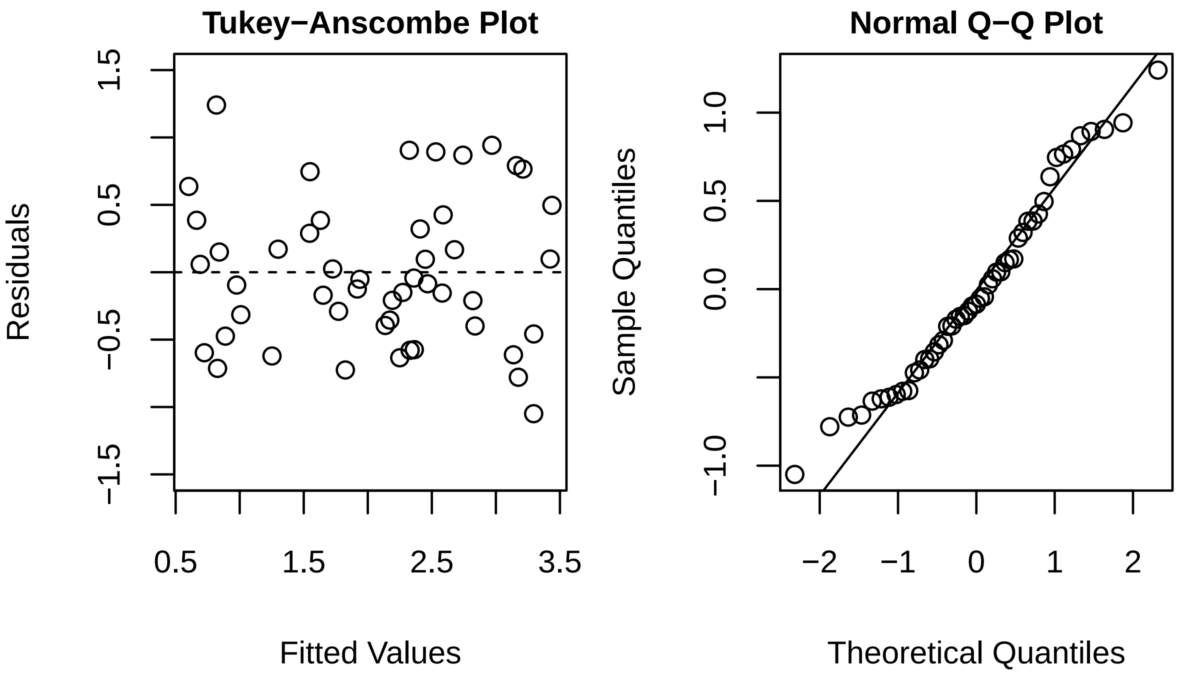
a) Wenn man $1.5 \frac{l}{m^2}$ Dünger ausbringt, sagt unser Modell einen erwarteten Ertrag von etwa $0.5 \frac{kg}{m^2}$ vorher.

b) Wenn man die Düngermenge (in $\frac{l}{m^2}$) um eine Einheit reduziert, reduziert sich der erwartete Ertrag um etwa $0.4 \frac{kg}{m^2}$.

c) Angenommen, ein 95%-Vertrauensintervall für den erwarteten Ertrag bei einer Düngermenge von $1.5 \frac{l}{m^2}$ ist [2.27, 2.65] (in $\frac{kg}{m^2}$). Wenn man also auf einem Acker eine Düngermenge von $1.5 \frac{l}{m^2}$ ausbringt, wird der Ertrag mit 95% Wahrscheinlichkeit zwischen $2.27 \frac{kg}{m^2}$ und $2.65 \frac{kg}{m^2}$ sein.

d) Das 95%-Vorhersageintervall für einen Ertrag ist in der Regel grösser als das 95%-Vertrauensintervall für den erwarteten Ertrag bei gleicher Düngermenge.

11. Betrachten Sie die nachfolgenden Plots, die die Residuen aus dem Regressionsmodell der Aufgabe 9 zeigen.



Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

a) Die Annahme der konstanten Fehlervarianz ist erfüllt.

b) Wenn man im Modell als erklärende Variable $\log(duenger)$ statt $duenger$ verwendet hätte, könnte man das Modell nicht mehr mit der linearen Regression schätzen.

c) Es gibt starke Ausreisser, so dass die Parameterschätzungen der linearen Regression verfälscht sind.

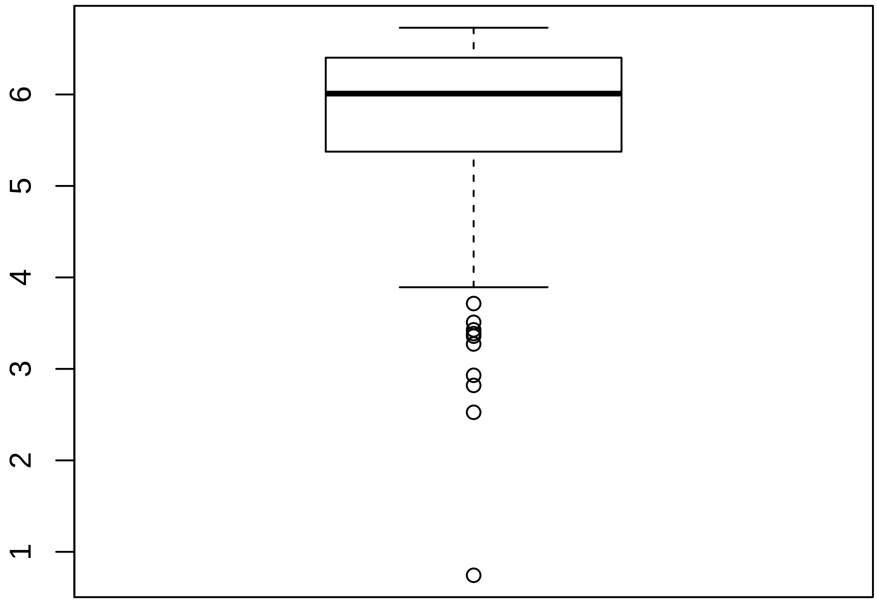
d) Es gibt systematische Abweichungen vom Modell. Man sollte daher lieber eine Parabel statt einer Geraden anpassen.

IV. Gemischte Fragen

12. Beurteilen Sie die folgenden Aussagen.

a) Wenn $X \sim \mathcal{N}(2,3)$, dann ist $P(X \leq 2) = 0.5$.
b) Wenn $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$ und $P(A \cap B) = 0.2$, dann gilt $P(A \cup B) = 0.8$.
c) Wenn $odds(A) = 3$, dann ist $P(A) = 0.75$.
d) Angenommen $P(A)/P(B) = 0.7$. Dann gilt $P(A|B) < P(B|A)$.

13. Betrachten Sie den nachfolgenden Boxplot.



Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

a) Der Median ist etwa bei 6.
b) 25% der Daten sind kleiner als 4.
c) Die Daten sind symmetrisch um den Median verteilt.
d) Wenn man in den Daten den kleinsten Wert durch den Wert -1000 ersetzt, wird der Median etwas kleiner.

14. Beurteilen Sie die folgenden Aussagen.

a) Sei $E(X) = 3$ und $E(Y) = 10$, wobei X und Y unabhängig sind.
Dann ist $E[2X + 4 - Y] = 0$.

b) Sei $Var(X) = 2$ und $Var(Y) = 1$, wobei X und Y unabhängig sind.
Dann ist $Var(2X + 4 - Y) = 7$.

c) Trifft man einen Fussballfan auf der Strasse, so handelt es sich mit 60% Wahrscheinlichkeit um einen Mann. Sie treffen Herrn Müller auf der Strasse: Er ist also mit 60% Wahrscheinlichkeit ein Fussballfan.

d) Die Korrelation zwischen zwei Zufallsvariablen X und Y wird auf null geschätzt. Daher gibt es keinen nennenswerten Zusammenhang zwischen X und Y.

15. Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch?

a) Ein Passagierschiff hat 90 Plätze. Nehmen wir an, das Gewicht einer Person ist im Mittel 70 kg mit einer Standardabweichung von 8 kg. Zudem nehmen wir an, dass die Gewichte der Passagiere unabhängig voneinander sind. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht der Passagiere 6500 kg überschreitet, ist kleiner als 1%.

b) In einer Studie werden 100 zufällig ausgewählte Patienten gewogen. Die Standardabweichung des Körpergewichts wird dabei als 10 kg geschätzt. Angenommen man hätte 400 Patienten ausgewählt und gewogen (statt nur 100). Dann wäre die Standardabweichung des Körpergewichts wegen des $\sqrt{n}$-Gesetzes nur etwa 5 kg.

c) In einer Urne sind zwei schwarze und drei weisse Kugeln. Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kugel weiss und die andere schwarz ist, ist 60%.

d) Sei $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ verteilt mit $\mu = 3$ und $\sigma^2 = 5$. Dann ist

$$Y = \frac{X - 3}{5} \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

16. Beurteilen Sie die folgenden Aussagen.

a) Eine Zufallsvariable X hat die Dichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} 0.2 & -3 \leq x < 1 \\ 0.1 & 1 \leq x < 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

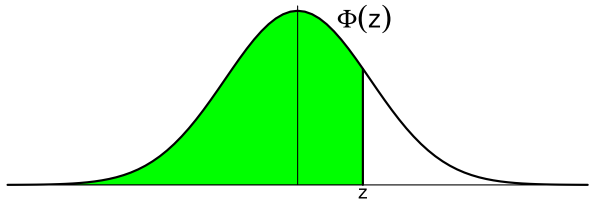
Dann gilt $P(X \leq 2) = 0.7$.

b) Für die kumulative Verteilungsfunktion $F(x)$ einer beliebigen Zufallsvariable gilt $F(5) > F(3)$.

c) Die kumulative Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung hat die Form $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-x^2/2\right)$.

d) Wenn X standard-normalverteilt ist, dann gilt $P(X < -c) = P(X > c)$, wobei c eine reelle Zahl ist.

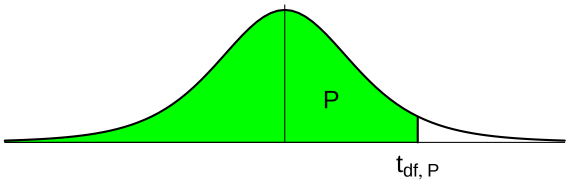
Tabelle der Kumulativen Normalverteilung $\Phi(z) = \mathrm{P}\left[Z \leq z\right], \; Z \sim \mathcal{N}(0,1)$



Bsp.: $\mathrm{P}\left[Z \leq 1.96\right] = 0.975$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Perzentile der t-Verteilung



Bsp.: $t_{9;\ 0.975} = 2.262$

df	$t_{0.60}$	$t_{0.70}$	$t_{0.80}$	$t_{0.90}$	$t_{0.95}$	$t_{0.975}$	$t_{0.99}$	$t_{0.995}$
1	0.325	0.727	1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.617	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.584	0.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.569	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.559	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.553	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.549	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.546	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.543	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.542	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.540	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.539	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.538	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.537	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.536	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.535	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.534	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.534	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.533	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.533	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.532	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.532	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.532	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.531	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.531	0.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.531	0.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.531	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.530	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.530	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.530	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
31	0.255	0.530	0.853	1.309	1.696	2.040	2.452	2.744
32	0.255	0.530	0.853	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
33	0.255	0.530	0.853	1.308	1.693	2.035	2.445	2.733
34	0.255	0.529	0.852	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
35	0.255	0.529	0.852	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
40	0.255	0.529	0.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	0.254	0.527	0.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
90	0.254	0.526	0.846	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632
120	0.254	0.526	0.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576